

# O kolejności ruchów w dwuosobowej grze na konkurencyjnym rynku telekomunikacyjnym z asymetrią informacyjną

Sylwester Laskowski

Rozpatrzono wpływ kolejności procesów ustalania cen na rynkach detalicznych i negocjacji stawek rozliczeniowych na rynkach hurtowych na sprawność procesu negocjacji. Zaproponowano sposób określania wartości korzyści ze zmiany kolejności ruchów w grze rynkowej bez informacji o macierzy wypłat konkurenta.

*gry rynkowe, konkurencja, kolejność ruchów w grze, teoria gier, negocjacje, asymetria informacyjna, rynek usług telekomunikacyjnych, ceny detaliczne i hurtowe*

## Wprowadzenie

Z punktu widzenia przedsiębiorstwa telekomunikacyjnego, proces ustalania cen na rynkach detalicznych i stawek rozliczeniowych na rynkach hurtowych można rozpatrywać jako wielokryterialną i wieloosobową grę rynkową [12]. W niniejszym artykule zostanie opisany szczególnie przypadek takiej gry, przy założeniach, że:

- w grze bierze udział jedynie dwóch graczy (gra dwuosobowa);
- strategiami graczy są ceny na rynkach detalicznych i/lub hurtowych;
- dany gracz ocenia wynik gry, biorąc pod uwagę tylko jedno kryterium (np. zysk, udział w rynku itp.), które będzie określone jako **funkcja wypłaty**<sup>①</sup>;
- gracze znają wyłącznie własną funkcję wypłaty.

W tablicy 1 przedstawiono wzajemną zależność między pojęciami strategii (rozumianej tu jako określone zbiory cen na rynku detalicznym) i wypłaty dla dwóch graczy – A oraz B.

Tabl. 1. Zależność między pojęciami: strategia i wypłata

Strategie	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
$a_1$			$\vdots$	
$a_2$	.....	.....	$[\mathbf{V}_{2,3}^A, \mathbf{V}_{2,3}^B]$	.....
$a_3$			$\vdots$	
$a_4$			$\vdots$	

Jest to tzw. **macierz wypłat**. W macierzy tej zilustrowano wypłaty zarówno gracza A, jak i gracza B. Gracz A ma do wyboru cztery strategie  $a_1, a_2, a_3$  i  $a_4$ , natomiast gracz B – strategie  $b_1, b_2, b_3$  i  $b_4$ .

<sup>①</sup> Założono znajomość modelu popytu na świadczone usługi oraz znajomość modelu kosztów ich świadczenia.

Jeśli gracz  $A$  wybierze strategię  $a_i$ , a gracz  $B$  strategię  $b_j$ , to otrzymają oni wypłaty – odpowiednio  $V_{i,j}^A$  i  $V_{i,j}^B$ .

Przyjęte założenie, że gracze znają wyłącznie własną funkcję wypłaty, jest równoważne stwierdzeniu, że znają jedynie własną macierz wypłat. Jest to przykład sytuacji decyzyjnej, którą w terminach teorii gier można określić jako **grę przeciwko naturze** [12, 15, 20].

## Optymalna kolejność ruchów graczy z punktu widzenia możliwości wpływania na wynik gry

Rozpatrzony będzie najprostszy przypadek, gdy na rynku występuje dwóch operatorów – dwóch graczy  $A$  i  $B$ . Do dalszych rozważań zostaną wprowadzone oznaczenia:

- $\mathcal{A}$  – proces ustalania cen na rynku detalicznym przez gracza  $A$ ;
- $\mathcal{B}$  – proces ustalania cen na rynku detalicznym przez gracza  $B$ ;
- $\mathcal{H}$  – proces negocjacji stawek rozliczeniowych na rynku hurtowym między graczami  $A$  i  $B$  (ruch hipotetycznego gracza  $H$ ).

Umiejscawiając powyższe procesy w czasie oraz zakładając rozłączność każdego z procesów, otrzymuje się sześć wariantów sekwencji ruchów graczy w grze rynkowej<sup>①</sup>:  $\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{H}$ ,  $\mathcal{B}\mathcal{A}\mathcal{H}$ ,  $\mathcal{H}\mathcal{A}\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{H}\mathcal{B}\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{A}\mathcal{H}\mathcal{B}$  i  $\mathcal{B}\mathcal{H}\mathcal{A}$ . Nie każda z sekwencji jest jednakowo pożądana przez graczy. Rozpatrując sytuację w sposób ogólny (odbiegający nawet od realiów rynku telekomunikacyjnego), spośród powyższych wariantów można wyłonić wariant potencjalnie najlepszy i najgorszy.

**Wariant  $\mathcal{B}\mathcal{H}\mathcal{A}$**  jest najkorzystniejszy dla gracza  $A$  i najmniej korzystny dla gracza  $B$ . W momencie przystąpienia do negocjacji cen na rynku hurtowym ( $\mathcal{H}$ ), ceny na rynku detalicznym gracza  $B$  są już ustalone ( $\mathcal{B}$ ). Znając ich wartość, gracz  $A$  przed przystąpieniem do negocjacji może przeprowadzić analizę w celu wyłonienia najkorzystniejszych wariantów cen na rynku hurtowym obu graczy oraz odpowiadających im cen na własnym rynku detalicznym. Posiadanie wielu wariantów cen na rynku hurtowym, które można zaproponować graczowi  $B$ , wzmacnia pozycję gracza  $A$  w negocjacjach [5, 8, 13, 23, 27]. Po zakończeniu negocjacji, w zależności od przyjętego wariantu cen na rynku hurtowym, gracz  $A$  ma możliwość wybrania najkorzystniejszych dla siebie w tym przypadku cen na rynku detalicznym  $\mathcal{A}$ .

Przykładem tego wariantu jest sytuacja wchodzenia na rynek nowego operatora ( $A$ ), który zanim ustali ceny na rynku detalicznym, przystępuje do negocjacji cen na rynku hurtowym z funkcjonującym już operatorem ( $B$ ).

**Wariant  $\mathcal{A}\mathcal{H}\mathcal{B}$**  jest najmniej korzystny dla gracza  $A$  i najbardziej korzystny dla gracza  $B$ . Gdy przystępują oni do negocjacji cen na rynku hurtowym, ceny na rynku detalicznym gracza  $A$  są już ustalone, tak więc negocjacje są ostatnim momentem, w którym gracz  $A$  ma wpływ na wynik gry. Ostateczny ruch należy do gracza  $B$ , którego decyzja dotycząca wysokości cen na rynku detalicznym może nie uwzględniać interesów gracza  $A$ .

Przy porównywaniu pozostałych wariantów założono, że na całosciowy wynik gry porównywalny wpływ mają ceny ustalone na rynku detalicznym i hurtowym. Inaczej mówiąc, żaden z rynków nie jest szczególnie preferowany. Jedynym kryterium porządkującym rozpatrywane warianty będzie

<sup>①</sup> Gracze nie znają nawzajem swoich macierzy wypłat, dlatego z punktu widzenia gracza  $A$  sytuacja jednoczesnego wyboru strategii na rynku detalicznym jest tożsama z sytuacją, gdy  $A$  wybiera jako pierwszy.

możliwość wpływania na wynik danego procesu. Zgodnie z tym kryterium można przyjąć, że – z punktu widzenia gracza  $A$  –  $\mathcal{A}$  jest bardziej preferowane od  $\mathcal{H}$ , gdyż na wynik  $\mathcal{A}$  gracz  $A$  ma wyłączny wpływ, podczas gdy na wynik  $\mathcal{H}$  wpływ jest współdzielony z graczem  $B$  (wynik negocjacji zależy od obu stron). Ponadto korzystniej jest podejmować decyzję jako drugi. Gracze bowiem nie znają nawzajem swoich macierzy wypłat, a co się z tym wiąże, nie są w stanie ocenić, czy opłacałoby się uprzedzić swoją decyzją gracza konkurencyjnego, niejako „wymuszając” na nim określoną odpowiedź korzystną dla siebie. Podejmowanie decyzji jako drugi jest zawsze co najmniej nie gorsze, niż podejmowanie decyzji jako pierwszy<sup>①</sup>, zawsze bowiem gracz może wybrać tę samą strategię, którą by wybrał, grając jako pierwszy, a jeśli inna strategia będzie w tej sytuacji korzystniejsza, to ją również może wybrać, poprawiając w ten sposób otrzymany wynik.

W związku z powyższym wariant  $\mathcal{HBA}$  jest dla gracza  $A$  lepszy niż wariant  $\mathcal{HAB}$ . W obu tych wariantach najpierw dochodzi do negocjacji cen na rynku hurtowym  $\mathcal{H}$ , a dopiero potem są ustalane stawki na rynku detalicznym. Gracze nie znają nawzajem swoich macierzy wypłat, dlatego lepiej jest dla każdego z nich grać jako drugi; stąd wariant  $\mathcal{HBA}$  jest dla gracza  $A$  lepszy.

Z analogicznych powodów, spośród wariantów  $\mathcal{BAH}$  i  $\mathcal{ABH}$ , lepszy dla gracza  $A$  jest wariant  $\mathcal{BAH}$ .

Opierając się na założeniu, że w trakcie ustalania cen na rynku detalicznym  $\mathcal{A}$  gracz  $A$  ma większy wpływ na wynik gry niż w trakcie negocjacji cen na rynku hurtowym  $\mathcal{H}$  oraz że korzystniej jest się ruszyć jako drugi, można wnioskować, że wariant  $\mathcal{HBA}$  jest lepszy dla  $A$  niż wariant  $\mathcal{ABH}$ .

Warianty  $\mathcal{BAH}$  i  $\mathcal{HAB}$  różnią się na pierwszej i ostatniej pozycji. Korzystniejsze jest dla gracza  $A$ , aby ostatnim ruchem w grze były negocjacje  $\mathcal{H}$ , na których wynik gracz  $A$  ma wpływ, niż decyzja gracza  $B$  dotycząca jego cen na rynku detalicznym  $\mathcal{B}$ . Stąd wniosek, że wariant  $\mathcal{BAH}$  jest lepszy dla gracza  $A$  od wariantu  $\mathcal{HAB}$ . Na podstawie podobnego rozumowania można dojść do wniosku, że wariant  $\mathcal{ABH}$  jest lepszy niż wariant  $\mathcal{HAB}$ <sup>②</sup> oraz że wariant  $\mathcal{HBA}$  jest dla gracza  $A$  lepszy niż wariant  $\mathcal{BAH}$ .

Z powyższych porównań wynika następujące uszeregowanie wariantów: najlepszy dla gracza  $A$  jest wariant  $\mathcal{BHA}$ , a następnie  $\mathcal{HBA}$ ,  $\mathcal{BAH}$ ,  $\mathcal{ABH}$ ,  $\mathcal{HAB}$ , natomiast najgorszy jest wariant  $\mathcal{AHB}$ . Z punktu widzenia gracza  $B$  pożądana kolejność jest dokładnie odwrotna.

## Wpływ kolejności ruchów graczy na proces negocjacji

Przy poczynionych założeniach, zostanie dalej rozpatrzony związek poszczególnych wariantów sekwencji ruchów graczy z samym procesem negocjacji, a ściślej mówiąc, z optymalnym momentem ich rozpoczęcia i zakończenia.

**$\mathcal{BHA}$ .** Po ustaleniu cen na rynku detalicznym przez gracza  $B$ , gracz ten będzie dążył do opóźniania rozpoczęcia negocjacji do momentu, aż gracz  $A$  ustali swoje ceny na rynku detalicznym tak, aby przekształcić ten wariant w bardziej korzystny dla  $B$  – wariant  $\mathcal{BAH}$ . Jeśli negocjacje stawek rozliczeniowych na rynku hurtowym mimo wszystko się rozpoczną, w interesie gracza  $B$  jest przedłużać negocjacje do momentu, aż gracz  $A$  ustali swoje ceny na rynku detalicznym. Natomiast gracz  $A$  będzie dążył do rozpoczęcia i zakończenia negocjacji, zanim ustali ceny na rynku detalicznym.

<sup>①</sup> Zasada ta jest prawdziwa wyłącznie w grach przeciwko naturze.

<sup>②</sup> Widać to wyraźniej, jeśli  $\mathcal{AB}$  będzie rozważać się jako całość  $\mathcal{AB} = C$ . Porównuje się wówczas warianty  $\mathcal{CH}$  i  $\mathcal{HC}$ , z których – co łatwo zauważyć – pierwszy jest lepszy.

**HBА.** Rozpoczęcie negocjacji stawek rozliczeniowych na rynku hurtowym w sytuacji, gdy żaden z graczy nie ustalił (nowych) cen na rynku detalicznym, z jednej strony stawia obu graczy w jednakowej sytuacji, dając im tę samą motywację do szybkiego ich zakończenia. Z drugiej strony gracze mogą tu spekulować, grać na czas, licząc, że konkurent ustali ceny na rynku detalicznym jako pierwszy. Analogiczna sytuacja zachodzi w wariancie *HAБ*.

**BAH.** Po ustaleniu cen na rynku detalicznym przez gracza *B*, w interesie gracza *A* jest jak najszybciej rozpocząć i zakończyć negocjacje, aby przekształcić ten wariant w korzystniejszy dla *A* – wariant *BHA*. Gracz *B* będzie dążył jednakże do zachowania kolejności ruchów, czyli będzie opóźniał rozpoczęcie negocjacji, a w przypadku ich rozpoczęcia będzie dążył do ich przedłużania, aż gracz *A* ustali swoje ceny na rynku detalicznym. W sytuacji obustronnie ustalonych cen na rynku detalicznym, żaden z graczy nie ma już motywacji, aby opóźniać rozpoczęcie negocjacji, a dalej, by je przedłużyć<sup>①</sup>. Wariant *BAH* – podobnie jak i wariant *ABH* – jest najkorzystniejszy dla obu graczy z punktu widzenia sprawnego przeprowadzenia negocjacji.

**ABH.** Patrz komentarz do wariantu *BAH*.

**HAБ.** Patrz komentarz do wariantu *HBА*.

**AHB.** Po ustaleniu cen na rynku detalicznym przez gracza *A*, będzie on dążył do opóźniania rozpoczęcia negocjacji do momentu, aż gracz *B* ustali swoje ceny na rynku detalicznym, tak aby przekształcić ten wariant w bardziej korzystny dla *A* – wariant *ABH*. Jeśli negocjacje stawek rozliczeniowych na rynku hurtowym mimo wszystko się rozpoczną, w interesie gracza *A* jest przedłużyć negocjacje do momentu, aż gracz *B* ustali swoje ceny na rynku detalicznym. Gracz *B* zaś będzie dążył do rozpoczęcia i zakończenia negocjacji, jeszcze zanim ustali ceny na rynku detalicznym.

Z powyższej dyskusji można wysnuć wniosek, że z punktu widzenia sprawności przeprowadzenia procesu negocjacji stawek rozliczeniowych na rynku hurtowym jest wskazane, aby obie strony miały już ustalone ceny na rynku detalicznym. Przystępowanie do negocjacji w chwili, gdy któryś z graczy tych cen nie ustalił, wytwarza przeciwstawne motywacje po obu stronach: gracz, który ceny na rynku detalicznym ma już ustalone, dąży do opóźniania zarówno rozpoczęcia, jak i zakończenia negocjacji; gracz, który tych cen nie ustalił, chce negocjacje jak najszybciej rozpocząć i równie szybko zakończyć.

## Korzyść ze zmiany kolejności ruchów graczy

Zmiana sekwencji ruchów graczy może się dokonywać następująco:

- przez zmianę momentu zakończenia negocjacji cen na rynku hurtowym,
- przez zmianę momentu ustalenia cen na rynku detalicznym.

<sup>①</sup> Przyjęto, że obu graczom docelowo zależy na połączeniu swych sieci. Takie założenie jest słuszne w przypadku operatorów posiadających sieci o podobnych rozmiarach, mających podobną liczbę korzystających z ich usług abonentów. W przypadku dużej dysproporcji w rozmiarach sieci, operator większej sieci ma zwykle mniejszą motywację do wzajemnego połączenia niż operator mniejszej sieci. Potwierdza to doświadczenie wielu krajów, gdzie dawni monopolści, posiadający duże sieci, bywali często nieprzychylni zawieraniu umów o wzajemne połączenia z wchodzącymi na rynek nowymi operatorami [1, 3, 4, 6, 9, 10, 14, 16–19, 21, 22, 26]. W stwierdzeniu, że wariant *BAH* nie daje motywacji do opóźniania momentu rozpoczęcia lub przedłużania procesu negocjacji, uwypuklono wyłącznie brak motywacji, wynikającej z faktu, że ceny na rynkach detalicznych zostały ustalone.

Wynikają z tego niżej wymienione korzystne dla gracza  $A$  elementarne zamiany sekwencji ruchów:

- $\mathcal{A}\mathcal{B}$  na  $\mathcal{B}\mathcal{A}$  ( $\mathcal{A}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{A}$ ), w wyniku której najpierw operator  $B$  ustala swoje ceny na rynku detalicznym, a następnie to samo czyni operator  $A$ ;
- $\mathcal{A}\mathcal{H}$  na  $\mathcal{H}\mathcal{A}$  ( $\mathcal{A}\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H}\mathcal{A}$ ), w wyniku której negocjacje cen na rynku hurtowym poprzedzają moment ustalenia przez operatora  $A$  cen na rynku detalicznym;
- $\mathcal{H}\mathcal{B}$  na  $\mathcal{B}\mathcal{H}$  ( $\mathcal{H}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{H}$ ), w wyniku której ceny na rynku detalicznym operatora  $B$  w trakcie negocjacji cen na rynku hurtowym są ustalone i obu graczom znane.

Teoretyczna dopuszczalność poszczególnych zamian wynika z zaistniałego stanu faktycznego, o czym świadczą niżej opisane sytuacje.

1. W przypadku gdy operator  $B$  już ustalił ceny na rynku detalicznym, a stawki rozliczeniowe na rynku hurtowym oraz ceny na rynku detalicznym operatora  $A$  nie są jeszcze ustalone, jedynymi możliwymi wariantami sekwencji ruchów są  $\mathcal{B}\mathcal{A}\mathcal{H}$  oraz  $\mathcal{B}\mathcal{H}\mathcal{A}$ . Wówczas dla operatora  $A$  interesujące jest pytanie o koszt, jaki warto ponieść, aby spośród powyższych została wybrana sekwencja  $\mathcal{B}\mathcal{H}\mathcal{A}$ . Jest to pytanie o wartość zamiany  $\mathcal{A}\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H}\mathcal{A}$ .
2. W przypadku gdy operator  $A$  już ustalił ceny na rynku detalicznym, a stawki rozliczeniowe na rynku hurtowym oraz ceny na rynku detalicznym operatora  $B$  nie są jeszcze ustalone, jedynymi możliwymi wariantami sekwencji ruchów są  $\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{H}$  oraz  $\mathcal{A}\mathcal{H}\mathcal{B}$ . Wówczas dla operatora  $A$  interesujące jest pytanie o koszt, jaki warto ponieść, aby spośród powyższych została wybrana sekwencja  $\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{H}$ . Jest to pytanie o wartość zamiany  $\mathcal{H}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{H}$ .
3. W przypadku gdy ani operator  $A$ , ani operator  $B$  nie ustalili jeszcze cen na rynku detalicznym, a stawki rozliczeniowe na rynku hurtowym są już ustalone, jedynymi możliwymi wariantami sekwencji ruchów są  $\mathcal{H}\mathcal{A}\mathcal{B}$  oraz  $\mathcal{H}\mathcal{B}\mathcal{A}$ . Wówczas dla operatora  $A$  interesujące jest pytanie o koszt, jaki warto ponieść, aby spośród powyższych została wybrana sekwencja  $\mathcal{H}\mathcal{B}\mathcal{A}$ . Jest to pytanie o wartość zamiany  $\mathcal{A}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{A}$ .
4. W przypadku gdy ani ceny na rynkach detalicznych, ani ceny na rynku hurtowym nie są jeszcze ustalone, są możliwe wszystkie warianty sekwencji ruchów. Operator  $A$  jest zainteresowany zatem poznaniem kosztu, jaki warto ponieść z punktu widzenia każdej ze zamian:  $\mathcal{A}\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H}\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{H}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{H}$  oraz  $\mathcal{A}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{A}$ , biorąc za punkt wyjścia sytuację najmniej korzystną dla gracza  $A$ , zakładającą, że ustalanie jego cen na rynku detalicznym jest pierwszym ruchem w grze.

Z punktu widzenia analizy sytuacji decyzyjnej trzy pierwsze przypadki można potraktować w ten sam sposób, przyjmując, że gracz  $A$  rozgrywa grę przeciwko naturze reprezentującej:

- hipotetycznego gracza  $H$ , którego strategię odpowiadają możliwym wynikom negocjacji stawek na rynku hurtowym –  $\mathcal{H}$  (sytuacja, gdy są ustalone ceny na rynku detalicznym gracza  $B$  –  $\mathcal{B}$ );
- gracza  $B$ , którego strategię będą odzwierciedlały dopuszczalne wartości cen na jego rynku detalicznym –  $\mathcal{B}$ ; strategię gracza  $A$  odpowiadają:
  - możliwym wynikom negocjacji cen na rynku hurtowym –  $\mathcal{H}$  (sytuacja, gdy są już ustalone ceny na rynku detalicznym gracza  $A$  –  $\mathcal{A}$ );
  - dopuszczalnym wartościom cen na rynku detalicznym gracza  $A$  –  $\mathcal{A}$  (sytuacja, gdy są już ustalone stawki rozliczeniowe na rynku hurtowym –  $\mathcal{H}$ ).

Sytuacja zostanie określona jako **gra przeciwko pojedynczej naturze**. W czwartym przypadku natura będzie reprezentować jednocześnie zarówno gracza  $B$  oraz jego dopuszczalne ceny na rynku detalicznym  $\mathcal{B}$ , jak i hipotetycznego gracza  $H$ , którego strategię odpowiadają możliwym wartościom stawek rozliczeniowych na rynku hurtowym, ustalonym w procesie negocjacji  $\mathcal{H}$  między graczami  $A$  i  $B$ . Sytuacja zostanie określona jako **gra przeciwko podwójnej naturze**.

Gra składa się zatem z dwóch faz. Najpierw gracz  $A$  rozgrywa grę przeciwko podwójnej naturze, kiedy ma możliwość:

- zagrania jako pierwszy (ustalenia cen na rynku detalicznym  $\mathcal{A}$ );
- zabiegania o zmianę kolejności ruchów, aby pierwszym ruchem było ustalenie cen na rynku detalicznym przez gracza  $B$ ;
- ustalenia w procesie negocjacji stawek rozliczeniowych na rynku hurtowym  $\mathcal{H}$ .

W drugiej fazie jest rozgrywana gra przeciwko pojedynczej naturze, w której strategię obu graczy zależą od sposobu rozegrania pierwszej fazy (gry przeciwko podwójnej naturze). Tym razem gracz  $A$  ma również możliwość zagrania jako pierwszy lub zabiegania o zmianę kolejności ruchów graczy. Sposób wyznaczania korzyści, wynikającej ze zmiany kolejności ruchów zostanie przedstawiony dla każdej z faz.

### ***Korzyść ze zmiany kolejności ruchów w grze przeciwko podwójnej naturze***

Rozpatrzone zostanie sytuacja, w której operator  $A$  musi dokonać wyboru: czy ustalać ceny na rynku detalicznym  $\mathcal{A}$ , gdy nie zna cen  $\mathcal{B}$  na rynku detalicznym gracza  $B$  i nie zna stawek rozliczeniowych na rynku hurtowym  $\mathcal{H}$ , czy też zabiegać o zmianę kolejności ruchów w grze? Sytuacja ta została określona jako gra przeciw podwójnej naturze. Natura reprezentuje tu zarówno gracza  $B$  oraz jego potencjalne strategię związane z cenami na rynku detalicznym, jak i hipotetycznego gracza  $H$ , którego strategię odzwierciedlają potencjalne wyniki negocjacji stawek rozliczeniowych na rynku hurtowym  $\mathcal{H}$  między graczami  $A$  i  $B$ .

Należy się zastanowić, jaką korzyść odnieść może gracz  $A$  z samego faktu, że nie zagra jako pierwszy (nie ustali cen na rynku detalicznym  $\mathcal{A}$ ). Korzyść ta jest odzwierciedleniem krytycznej wartości kosztu, jaki opłaca się graczowi  $A$  ponieść, aby kolejność ruchów w grze odwrócić. Pozostaje określenie wartości korzyści dopuszczalnych w tym wariantcie elementarnych zamian  $\mathcal{A}\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H}\mathcal{A}$  oraz  $\mathcal{A}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{A}$ .

W przypadku gdy nie jest przewidywany arbitraż regulatora lub nie ma obowiązku przedstawiania oferty ramowej, czyli nie istnieje (lub nie jest znana) taka strategia  $h^*$ , którą obaj gracze w trakcie negocjacji w każdej chwili mogą wybrać, do wyznaczenia wartości korzyści z poszczególnych zamian można wykorzystać koncepcję operatora najbardziej obiecującego [11]. W tym celu zostaną wprowadzone oznaczenia:

- $SQ_A^X$  – (*status quo*) wypłata wyliczona dla gracza  $A$  na podstawie kryterium wyboru strategii  $X$ , przy założeniu, że  $A$  rusza się jako pierwszy;
- $KD_{AO}^X$  – (*known decision of operator O*) wypłata gracza  $A$  wyliczona na podstawie kryterium  $X$ , przy znajomości decyzji gracza  $O$  ( $O$  ruszył się jako pierwszy);
- $VI_{AO}^X$  – (*value of information*) wartość informacji dla gracza  $A$ , dotycząca decyzji gracza  $O$  wyliczona na podstawie kryterium  $X$  (korzyść gracza  $A$  ze zmiany kolejności ruchów  $\mathcal{AO} \Rightarrow \mathcal{OA}$ ).

Wartość korzyści  $VI_{AO}^X$  zostanie wyznaczona jako wartość bezwzględna różnicy między  $KD_{AO}^X$  oraz  $SQ_A^X$ :

$$VI_{AO}^X = |KD_{AO}^X - SQ_A^X|. \quad (1)$$

Operator  $O$  symbolizuje tu operatora  $B$  lub hipotetycznego operatora  $H$  (którego strategię reprezentują możliwe wyniki negocjacji stawek rozliczeniowych na rynku hurtowym). Kryterium wyboru strategii  $X$  oznacza określoną procedurę wyboru strategii w warunkach niepewności (model gry przeciwko naturze) [15, 20]. Dla przykładu przytoczono kilka, znanych z literatury, kryteriów wraz ze sposobem wyznaczania współczynników  $SQ_A^X$  i  $KD_{AO}^X$ <sup>①</sup>, przyjmując, że  $V_{jk}^A(a_i)$  oznacza wielkość wypłaty dla gracza  $A$ , gdy wybrał on strategię  $a_i$ , gracz  $B$  wybrał strategię  $b_j$ , a wynikiem negocjacji jest wybranie strategii  $h_k$ :

– kryterium Walda:

$$SQ_A^{Wald} = \max \left\{ \min_{j,k} V_{jk}^A(a_i) : i \in I_A \right\}, \quad (2)$$

$$KD_{AB}^{Wald} = \min_j KD_{ABj}^{Wald}, \quad (3)$$

$$KD_{ABj}^{Wald} = \max \left\{ \min_k V_{jk}^A(a_i) : i \in I_A \right\}; \quad (4)$$

– kryterium Laplace'a:

$$SQ_A^{Lap} = \max \left\{ \frac{1}{J \cdot K} \sum_{j,k} V_{jk}^A(a_i) : i \in I_A \right\}, \quad (5)$$

$$KD_{AB}^{Lap} = \frac{1}{J} \sum_j KD_{ABj}^{Lap}, \quad (6)$$

$$KD_{ABj}^{Lap} = \max \left\{ \frac{1}{K} \sum_k V_{jk}^A(a_i) : i \in I_A \right\}; \quad (7)$$

– kryterium Savage'a:

$$SQ_A^{Sav} = \min \left\{ \max_{j,k} \tilde{V}_{jk}^A(a_i) : i \in I_A \right\}, \quad (8)$$

$$KD_B^{Sav} = \max_j KD_{ABj}^{Sav}, \quad (9)$$

$$KD_{ABj}^{Sav} = \min \left\{ \max_k \tilde{V}_{kj}^A(a_i) : i \in I_A \right\}, \quad (10)$$

$$\tilde{V}_{jk}^A(a_i) = \max_i V_{jk}^A(a_i) - V_{jk}^A(a_i). \quad (11)$$

Jeśli istnieje strategia  $h^*$ , czyli gdy przewiduje się arbitraż regulatora lub jest obowiązek przedstawiania oferty ramowej, korzyść ze zmiany kolejności ruchów w grze można rozpatrywać przy założeniu, że: zostanie wybrana strategia  $h^*$ , strategia  $h^*$  zostanie odrzucona<sup>②</sup> oraz strategia  $h^*$  może być zarówno wybrana, jak i odrzucona.

<sup>①</sup> W istocie sposób wyznaczania współczynnika  $SQ_A^X$  stanowi definicję kryterium  $X$ .

<sup>②</sup> Strategię  $h^*$  może odrzucić wyłącznie operator, na którym nie ciąży obowiązek jej przedstawiania, w sytuacji istnienia oferty ramowej. Arbitraż nie może być odrzucony, a co najwyżej można go uniknąć.

Rozpatrzenia wymaga każdy z przypadków.

1. **W trakcie negocjacji zostanie wybrana strategia  $h^*$ .** Założenie, że w trakcie negocjacji zostanie wybrana strategia  $h^*$ , jest tożsamy z sytuacją, gdy hipotetyczny gracz  $H$  ma do wyboru tylko jedną strategię. W takim przypadku wynik negocjacji jest już zdeterminowany. Zamiana  $\mathcal{A}\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H}\mathcal{A}$  nie przyniesie zatem graczowi  $A$  żadnej korzyści ( $V_{AH}^X = 0$ ). Gra upraszcza się więc do gry przeciwko pojedynczej naturze, której strategię reprezentują ceny na rynku detalicznym gracza  $B - \mathcal{B}$ . Sposób wyznaczania wartości korzyści z zamiany  $\mathcal{A}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{A}$  w grze przeciwko pojedynczej naturze jest opisany w dalszej części artykułu.
2. **W trakcie negocjacji zostanie wybrana strategia inna niż  $h^*$ .** Założenie, że w trakcie negocjacji zostanie wybrana strategia inna niż  $h^*$ , oznacza, że hipotetyczny gracz  $H$  ma o jedną strategię mniej. Sposób wyznaczania korzyści z zamian  $\mathcal{A}\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H}\mathcal{A}$  oraz  $\mathcal{A}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{A}$  będzie przebiegać podobnie, jak w sytuacji gdy nie ma strategii  $h^*$ , z tą różnicą, że hipotetyczny gracz  $H$  będzie miał o jedną strategię mniej.
3. **W trakcie negocjacji może zostać wybrana każda spośród strategii (w tym  $h^*$ ).** Sytuację tę można rozpatrywać w sposób identyczny do uprzednio opisanej, gdy nie ma strategii  $h^*$  (strategia  $h^*$  jest traktowana jak każda inna).

### Przykład 1

Dawny monopolista, operator  $A$ , przygotowuje się do wprowadzenia usługi *video on demand*. Rozważa wprowadzenie jednej z dwóch strategii cenowych dla użytkowników usługi:

- $a_1$ : miesięczna opłata ryczałtowa niezależna od przesyłanego ruchu, w wysokości trzykrotnej wartości obecnego abonamentu telefonicznego;
- $a_2$ : opłata zależna wyłącznie od przesyłanego ruchu.

Operator  $A$  spodziewa się, że w najbliższym czasie usługę tę zacznie świadczyć również jego najsilniejszy konkurent operator  $B$ . Operator  $A$  przypuszcza, że  $B$  przyjmie analogiczne strategie cenowe ( $a_i = b_i$ ) oraz – podobnie jak i on – będzie dążył do maksymalizacji zysku. Operator  $A$  nie zna modelu kosztów operatora  $B$ .

Lokalna infrastruktura sieciowa umożliwia operatorowi  $B$  dostęp szerokopasmowy tylko do części potencjalnych użytkowników nowej usługi. Stąd przypuszczenie operatora  $A$ , że  $B$  będzie żądał możliwości współkorzystania z lokalnej pętli abonenckiej operatora  $A$ . Odnośnie do opłat za dostęp do uwolnionej pętli abonenckiej, rekomendowanych przez regulatora rynku (strategia  $h_1$ ), operator  $A$  uwzględnia możliwość zawarcia umowy z operatorem  $B$  na zasadach określonych przez strategię  $h_2$ . Wybór jednej spośród strategii  $h_l$  jest uzależniony od porozumienia zawartego przez operatorów  $A$  i  $B$  w trakcie negocjacji ( $\mathcal{H}$ ).

W tablicy 2 zilustrowano macierz wypłat operatora  $A$  w tej grze. Założono, że w sytuacji konieczności gry jako pierwszy operator  $A$  kieruje się kryterium Walda postaci:

$$\max \left\{ \min_{j,l} V_{jl}^A(a_i) : i \in I_A \right\}, \quad (12)$$

przy czym  $j$  oznacza indeks strategii cen oferowanych użytkownikom końcowym operatora  $B$  za korzystanie z usługi ( $b_j$ ), natomiast  $l$  jest indeksem strategii hipotetycznego gracza  $H$ .

Strategie gracza  $H$  odzwierciedlają rozważane przez  $A$  poziomy cen za dostęp do lokalnej pętli ( $h_l$ ). Wartość wypłaty, jaką może sobie zapewnić  $A$  w sytuacji, gdy miałby grać jako pierwszy, wynosi:

$$SQ_A^{Wald} = \max_i \min_{j,l} V_{jl}^A(a_i) = 1. \quad (13)$$

Analiza korzyści z zamiany kolejności ruchów zostanie przeprowadzona przy założeniu, że operator  $A$  nie jest pewien, która ze strategii  $h_l$  zostanie wybrana w trakcie negocjacji.

**Tabl. 2. Macierz wypłat operatora  $A$  w grze przeciwko podwójnej naturze**

		$h_1$	
Strategie		$b_1$	$b_2$
$a_1$		3	1
$a_2$		2	3

		$h_2$	
Strategie		$b_1$	$b_2$
$a_1$		4	2
$a_2$		1	3

Wartość wypłaty, jaką może sobie zapewnić operator  $A$ , powstrzymując się od ustalania cen dla użytkowników końcowych (wybór strategii  $a_i$ ) do momentu, aż zostanie zawarte porozumienie o współkorzystanie z pętli lokalnej, wyniesie:

$$KD_{AH}^{Wald} = \min_l \max_i \min_j V_{jl}^A(a_i) = 2. \quad (14)$$

Wartość wypłaty, jaką może sobie zapewnić operator  $A$ , powstrzymując się od ustalania cen dla użytkowników końcowych (wybór strategii  $a_i$ ) do momentu, aż ceny dla użytkowników końcowych ustali operator  $B$ , wyniesie:

$$KD_{AB}^{Wald} = \min_j \max_i \min_l V_{jl}^A(a_i) = 3. \quad (15)$$

Stąd wartość korzyści (wartość informacji związanej z poznaniem decyzji określonego gracza) dla poszczególnych elementarnych zmian sekwencji ruchów wyniesie:

– dla zamiany  $\mathcal{AH} \Rightarrow \mathcal{HA}$ :

$$VI_{AH}^{Wald} = |KD_{AH}^{Wald} - SQ_A^{Wald}| = 2 - 1 = 1, \quad (16)$$

– dla zamiany  $\mathcal{AB} \Rightarrow \mathcal{BA}$ :

$$VI_{AB}^{Wald} = |KD_{AB}^{Wald} - SQ_A^{Wald}| = 3 - 1 = 2. \quad (17)$$

□

### **Korzyść ze zmiany kolejności ruchów w grze przeciwko pojedynczej naturze**

W zależności od sposobu rozegrania pierwszej fazy gry – gry przeciwko podwójnej naturze – w drugiej fazie są możliwe trzy sytuacje.

1. **Ceny na rynku detalicznym gracza B są już ustalone.** Gracz A rozgrywa grę przeciwko naturze, która reprezentuje hipotetycznego gracza  $H$ , z jego strategiami odzwierciedlającymi możliwe wyniki negocjacji cen na rynku hurtowym  $\mathcal{H}$ . Strategiami gracza A są jego ceny na rynku detalicznym  $\mathcal{A}$ . Rozpatrzenia wymaga możliwość zamiany  $\mathcal{A}\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H}\mathcal{A}$  i związana z nią korzyść  $VI_{AH}^X$ .
2. **Ceny na rynku detalicznym gracza A są już ustalone.** Gracz A rozgrywa grę przeciwko naturze, która reprezentuje gracza  $B$  i jego ceny na rynku detalicznym  $\mathcal{B}$ . Strategiami gracza A są możliwe wysokości stawek rozliczeniowych na rynku hurtowym  $\mathcal{H}$  (strategie hipotetycznego gracza  $H$  są strategiami gracza A). Rozpatrzenia wymaga możliwość zamiany  $\mathcal{H}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{H}$  i związana z nią korzyść  $VI_{HB}^X$ .
3. **Stawki rozliczeniowe na rynku hurtowym  $\mathcal{H}$  są już ustalone.** Gracz A rozgrywa grę przeciwko naturze, która reprezentuje gracza  $B$  i jego ceny na rynku detalicznym  $\mathcal{B}$ . Strategiami gracza A są jego ceny na rynku detalicznym  $\mathcal{A}$ . Rozpatrzenia wymaga możliwość zamiany  $\mathcal{A}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{A}$  i związana z nią korzyść  $VI_{AB}^X$ .

Należy zastanowić się, jaką korzyść może odnieść gracz A w grze przeciwko pojedynczej naturze, jeśli wybierze swoją strategię gry nie jako pierwszy, lecz jako drugi. Korzyść ta jest odzwierciedleniem krytycznej wartości kosztu, jaki opłaca się graczowi A ponieść, aby kolejność ruchów w grze odwrócić.

Do dalszych rozważań zostaną przyjęte następujące oznaczenia:

- $SQ_A^X$  – (*status quo*) wypłata obliczona dla gracza A na podstawie kryterium wyboru strategii  $X$ , przy założeniu, że A rusza się jako pierwszy;
- $KD_{AO}^X$  – (*known decision of operator O*) wypłata wyliczona dla gracza A na podstawie kryterium wyboru strategii  $X$ , przy znajomości decyzji natury – gracza  $O$  ( $O$  ruszył się jako pierwszy);
- $VI_{AO}^X$  – (*value of information*) wartość informacji o decyzji gracza  $O$  wyliczona na podstawie kryterium  $X$  (korzyść ze zmiany kolejności ruchów).

Wartość wypłaty  $SQ_A^X$  zostanie wyznaczona zgodnie z definicją kryterium  $X$ . Dla przykładu,  $SQ_A^{Wald}$ , czyli wartość wypłaty wyliczonej dla gracza A na podstawie kryterium Walda, określa się zgodnie z zależnością:

$$SQ_A^{Wald} = \max_i \min_j V_j^A(a_i). \quad (18)$$

Do określenia wartości wypłaty  $KD_{AO}^X$  jest konieczna znajomość strategii  $\hat{a}(n_j)$ , jaką wybierze gracz A w odpowiedzi na wybraną przez naturę (gracza  $O$ ) strategię  $n_j$ . Będzie to strategia, która dla danego  $n_j$  maksymalizuje wypłatę<sup>①</sup> gracza A:

$$\hat{a}(n_j) = \arg \max_i V_j^A(a_i) : \forall j. \quad (19)$$

Wartość otrzymanej w ten sposób wypłaty  $\hat{V}_j^A$  można wyznaczyć z zależności:

$$\hat{V}_j^A = V_j^A(\hat{a}(n_j)) = \max_i V_j^A(a_i) : \forall j. \quad (20)$$

W ten sposób otrzymuje się wektor najlepszych wypłat (największych wartości w kolumnach macierzy wypłat), jakie może uzyskać gracz A dla każdej z możliwych strategii  $n_j$  –  $\hat{\mathbf{V}}^A = [\hat{V}_1^A, \dots, \hat{V}_j^A, \dots, \hat{V}_j^A]$ ,

<sup>①</sup> Jeśli pożądanym kierunkiem optymalizacji funkcji wypłaty jest jej minimalizacja (np. minimalizacja kosztów świadczenia usług) lub stabilizacja (np. utrzymanie poziomu ruchu w danej relacji), to należy ją przekształcić na postać maksymalizowaną (patrz np. [12]).

gdzie  $J$  oznacza liczbę strategii natury. Wartość wypłaty  $KD_{AO}^X$  wyznacza się z odpowiedniej dla kryterium  $X$  zależności, zastosowanej do wektora  $\hat{V}^A$ . Na przykład, dla kryterium Walda:

$$KD_{AO}^{Wald} = \min_j \hat{V}_j^A. \quad (21)$$

Analogicznie jak w przypadku gry przeciwko podwójnej naturze, wartość korzyści  $VI_{AO}^X$  jest wartością bezwzględną różnicy między  $KD_{AO}^X$  i  $SQ_A^X$ :

$$VI_{AO}^X = |KD_{AO}^X - SQ_A^X|. \quad (22)$$

W przypadku gdy:

- w wyniku rozegrania gry przeciwko podwójnej naturze zostały ustalone ceny  $\mathcal{B}$  na rynku detalicznym gracza  $B$ , korzyść  $VI_{AO}^X = VI_{AH}^X$  i oznacza korzyść z zamiany  $\mathcal{A}\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H}\mathcal{A}$ ;
- w wyniku rozegrania gry przeciwko podwójnej naturze zostały ustalone ceny  $\mathcal{A}$  na rynku detalicznym gracza  $A$ , korzyść  $VI_{AO}^X = VI_{HB}^X$  i oznacza korzyść z zamiany  $\mathcal{H}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{H}$ ;
- w wyniku rozegrania gry przeciwko podwójnej naturze zostały ustalone stawki rozliczeniowe  $\mathcal{H}$  na rynku hurtowym, korzyść  $VI_{AO}^X = VI_{AB}^X$  i oznacza korzyść z zamiany  $\mathcal{A}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{A}$ .

Warto zastanowić się, jak zmieni się analiza korzyści, przy założeniu, że jest możliwość arbitrażu regulatora lub że jeden z operatorów jest zobowiązany do przedstawiania oferty ramowej (istnieje strategia  $h^*$ )?

Po pierwsze trzeba zauważyć, że problem ten pojawia się tylko wówczas, gdy w grze przeciwko pojedynczej naturze jednym z graczy jest hipotetyczny gracz  $H$ . W punkcie wyjścia więc odrzuca się sytuację, w której w ramach gry przeciwko podwójnej naturze pierwszym ruchem były negocjacje stawek rozliczeniowych. Pozostają zatem dwie możliwości:

- hipotetyczny gracz  $H$  reprezentuje strategię gracza  $A$ ;
- hipotetyczny gracz  $H$  reprezentuje strategię gracza  $B$ .

W analogiczny sposób, jak w przypadku gry przeciwko podwójnej naturze, trzeba rozpatrzyć trzy możliwe założenia, dotyczące możliwości wyboru strategii  $h^*$ .

1. **W trakcie negocjacji zostanie wybrana strategia  $h^*$ .** Założenie, że w trakcie negocjacji zostanie wybrana strategia  $h^*$ , jest tożsame z sytuacją, gdy hipotetyczny gracz  $H$  ma do wyboru tylko jedną strategię, a więc wynik negocjacji jest już zdeterminowany. Stąd też, bez względu na to, czy hipotetyczny gracz  $H$  reprezentuje strategię gracza  $A$ , czy  $B$ , zamiana kolejności ruchów nie przyniesie graczowi  $A$  żadnej korzyści ( $VI_{AH}^X = VI_{HB}^X = 0$ ).
2. **W trakcie negocjacji zostanie wybrana strategia inna niż  $h^*$ .** Założenie, że w trakcie negocjacji zostanie wybrana strategia inna niż  $h^*$  oznacza, że hipotetyczny gracz  $H$  ma o jedną strategię mniej. Sposób wyznaczania korzyści z zamian  $\mathcal{A}\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H}\mathcal{A}$  oraz  $\mathcal{H}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{H}$  będzie przebiegać podobnie, jak w sytuacji gdy nie ma strategii  $h^*$ , z tą różnicą, że hipotetyczny gracz  $H$  będzie miał o jedną strategię mniej.
3. **W trakcie negocjacji może zostać wybrana każda spośród strategii (w tym  $h^*$ ).** Sytuację tę można rozpatrywać w sposób identyczny do uprzednio opisanej, gdy nie ma strategii  $h^*$  (strategia  $h^*$  jest traktowana jak każda inna).

**Przykład 2**

Rozpatrywany jest przypadek gry przeciwko pojedynczej naturze. Obaj gracze mają do wyboru po cztery strategie. W tablicy 3 zilustrowano macierz wypłat gracza A.

**Tabl. 3. Macierz wypłat gracza A  
w grze przeciwko pojedynczej naturze**

Strategie	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$
$a_1$	2	2	0	1
$a_2$	1	1	1	2
$a_3$	0	4	0	1
$a_4$	1	3	2	0

W sytuacji gdy gracz A gra jako pierwszy, opiera swoją decyzję na kryterium Laplace'a postaci:

$$\max \left\{ \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 V_j^A(a_i) : i \in I_A \right\}. \quad (23)$$

Wykorzystując kryterium Laplace'a gracz A, grając jako pierwszy, wybrałby strategię  $a_4$ , która zapewnia mu oczekiwaną wartość wypłaty:

$$SQ_A^{Lap} = \max_i \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 V_j^A(a_i) = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 V_j^A(a_4) = 1,5. \quad (24)$$

Grając jako drugi, gracz A dla każdej strategii natury  $n_j$  będzie wybierał strategię  $\hat{a}(n_j)$ , która zmaksymalizuje wartość wypłaty  $V_j^A(a_i)$ . Jeśli natura wybierze strategię  $n_1$ , wówczas najlepszą odpowiedzią A jest strategia  $\hat{a}(n_1) = a_1$ , dająca wartość wypłaty  $\hat{V}_1^A = V_1^A(a_1) = 2$ . Jeśli natura wybierze strategię  $n_2$ , wówczas najlepszą odpowiedzią A jest strategia  $\hat{a}(n_2) = a_3$ , dająca wartość wypłaty  $\hat{V}_2^A = V_2^A(a_3) = 4$ . Jeśli natura wybierze strategię  $n_3$ , wówczas najlepszą odpowiedzią A jest strategia  $\hat{a}(n_3) = a_4$ , dająca wartość wypłaty  $\hat{V}_3^A = V_3^A(a_4) = 2$ . Jeśli natura wybierze strategię  $n_4$ , wówczas najlepszą odpowiedzią A jest strategia  $\hat{a}(n_4) = a_2$ , dająca wartość wypłaty  $\hat{V}_4^A = V_4^A(a_2) = 2$ . Wektor wypłat  $\hat{\mathbf{V}}^A$ , związanych z najlepszymi odpowiedziami  $\hat{a}(n_j)$  gracza A na strategię  $n_j$  natury przyjmuje postać  $\hat{\mathbf{V}}^A = [\hat{V}_1^A, \hat{V}_2^A, \hat{V}_3^A, \hat{V}_4^A] = [2, 4, 2, 2]$ . Współczynnik  $KD_{AN}^{Lap}$  oblicza się jako oczekiwaną wartość wypłaty w sytuacji, gdy gracz A zagra jako drugi:

$$KD_{AN}^{Lap} = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \hat{V}_j^A = 2,5. \quad (25)$$

Stąd oczekiwana korzyść z odwrócenia kolejności ruchów wyniesie:

$$VI_{AN}^{Lap} = |KD_{AN}^{Lap} - SQ_A^{Lap}| = 1. \quad (26)$$

Graczowi A opłaca się więc zabiegać o odwrócenie kolejności ruchów, jeśli oczekiwany koszt z tym związany nie przekroczy krytycznej wartości  $VI_{AN}^{Lap} = 1$  oraz jest gwarancja, że zabiegi te zakończą się sukcesem. □

## Krytyczny koszt a korzyść ze zmiany kolejności ruchów

Na końcu przykładu 2 określono warunki, w jakich graczowi  $A$  opłaca się zabiegać o zmianę kolejności ruchów. Jednym z nich jest gwarancja sukcesu, która ma najważniejsze znaczenie do rozróżnienia między **korzyścią** ze zmiany kolejności ruchów a **krytyczną wartością kosztu**, który warto jeszcze ponieść, aby o taką zmianę zabiegać. Dla przykładu, jeśli operator  $A$  ma pewność, że jego konkurent  $B$  nie ustali swoich cen na rynku detalicznym  $\mathcal{B}$  przed zakończeniem negocjacji  $\mathcal{H}$ , to choćby z zamianą  $\mathcal{H}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{H}$  była związana dowolnie duża korzyść  $VI_{HB}^X$ , nie ma sensu ponosić najmniejszych kosztów, aby o taką zmianę zabiegać.

Jeśli oznaczyć przez  $C_{AO}^X$  krytyczny koszt zmiany kolejności ruchów między graczami  $A$  i  $O$  oraz przyjąć, że  $p_{AO}$  oznacza prawdopodobieństwo, że gracz  $O$  ruszy się jako pierwszy, wówczas koszt krytyczny można wyrazić zależnością:

$$C_{AO}^X = p_{AO} \cdot VI_{AO}^X. \quad (27)$$

Krytyczny koszt (27) ma szczególnie dobrą interpretację w przypadku, gdy gracz  $A$  w swoich wyborach kieruje się kryterium wartości oczekiwanej Laplace'a ( $X = Lap$ ). Oczekiwana wartość korzyści jest wówczas pomniejszona proporcjonalnie do prawdopodobieństwa dojścia do skutku oczekiwanej zmiany kolejności ruchów. Próbę zmiany kolejności ruchów graczy warto podjąć wówczas, jeśli jej oczekiwana wartość kosztu nie przekroczy pomniejszonej korzyści.

## Siła negocjacyjna a korzyść ze zmiany kolejności ruchów

### Wpływ siły negocjacyjnej na wartość korzyści ze zmiany kolejności ruchów w grze przeciwko podwójnej naturze

Wartości liczbowe w przykładzie 1 były w ten sposób dobrane, aby dla gracza  $A$  było korzystniej poznać ceny na rynku detalicznym ustalone przez gracza  $B$ , niż wynegocjowane ceny na rynku hurtowym (dostęp do pętli lokalnej). Jednak nie zawsze musi tak być, a więc przedstawiona na początku artykułu hierarchia wariantów sekwencji ruchów nie musi być optymalna z punktu widzenia korzyści, wynikającej ze zmiany kolejności ruchów. Dla przykładu, wariant  $\mathcal{H}\mathcal{A}\mathcal{B}$  może okazać się lepszy od wariantu  $\mathcal{B}\mathcal{A}\mathcal{H}$ , gdyż korzyść z poznania wyniku negocjacji będzie dla operatora  $A$  większa niż korzyść z poznania cen na rynku detalicznym operatora  $B$  ( $VI_{AH}^X > VI_{AB}^X$ ).

Ocena korzyści z zamiany kolejności ruchów graczy, przygotowana na podstawie analizy macierzy wypłat danego gracza, opiera się na założeniu, że wynik negocjacji jest modelowany przez hipotetycznego gracza  $H$ . Przy takim założeniu nie uwzględnia się jednak istotnego faktu, że na wynik negocjacji ma wpływ nie tylko gracz  $B$ , ale też i gracz  $A$  – i to zarówno w sensie możliwości wyboru wysokości stawek rekomendowanych przez regulatora lub zawartych w ofercie ramowej (strategia  $h^*$ ), jak i w sensie wpływu na wybór innej strategii  $h_l$ . Analiza pod kątem obliczania korzyści  $VI_{AH}^X$  musi być prowadzona przy takim założeniu. Jej skuteczność i przydatność w grach przeciwko podwójnej naturze maleje zatem wraz ze wzrostem siły negocjacyjnej gracza  $A$  i przy założeniu, że na wynik negocjacji ma wpływ wyłącznie gracz  $A$ , strategię hipotetycznego gracza  $H$  należałoby włączyć do strategii gracza  $A$ , nie zaś strategii natury.

Warto zastanowić się, w jaki sposób mierzyć korzyść  $VI_{AH}^X$ , aby uwzględniała ona siłę negocjacyjną gracza  $A$ ? Okazuje się, że na swój sposób jest to już realizowane przez dobór odpowiedniego kryterium wyboru strategii  $X$ . Dla przykładu, przyjęcie kryterium Walda jest równoznaczne z przypuszczeniem,

że negocjacje zakończą się w sposób najmniej pomyślny dla gracza  $A$ . Jest to zatem odpowiednik sytuacji, gdy siła gracza  $A$  w negocjacjach jest minimalna. Natomiast dla kryterium optymistycznego

$$\max \left\{ \max_j V_j^A(a_i) : i \in I_A \right\} \quad (28)$$

zakłada się zakończenie negocjacji w sposób najbardziej pomyślny dla gracza  $A$ . Jest to więc odpowiednik sytuacji, gdy siła gracza  $A$  w negocjacjach jest maksymalna. Sytuacje pośrednie można modelować z wykorzystaniem kryterium Hurwicza postaci:

$$\max \left\{ \alpha \cdot \max_j V_j^A(a_i) + (1 - \alpha) \cdot \min_j V_j^A(a_i) : i \in I_A \right\}, \quad (29)$$

w której współczynnik optymizmu<sup>①</sup>  $\alpha$  odpowiadałby sile negocjacyjnej gracza<sup>②</sup>  $A$ .

Można wysunąć wniosek, że dla porównywania korzyści, wynikających z zamian  $\mathcal{AB} \Rightarrow \mathcal{BA}$  oraz  $\mathcal{AH} \Rightarrow \mathcal{HA}$  może być wskazane jednoczesne stosowanie różnych kryteriów wyboru strategii  $X$  i  $Y$  (porównywanie  $VI_{AB}^X$  i  $VI_{AH}^Y$ ). Odnosi się to również do samego procesu wyboru strategii gry w sytuacji, gdy gracz  $A$  rusza się jako pierwszy (bez zamiany kolejności). Wskazane może być wówczas stosowanie różnych kryteriów do każdej z „części natury”. Gracz  $A$  może kierować się jednym kryterium względem strategii, reprezentujących ceny na rynku detalicznym gracza  $B$ , a innym względem strategii hipotetycznego gracza  $H$ , reprezentujących możliwe wyniki negocjacji cen na rynku hurtowym  $\mathcal{H}$ . Dla przykładu, jeśli w stosunku do strategii  $b_j$  gracz  $A$  będzie stosował kryterium Walda, zakładając pesymizm odnośnie do wybranych cen na rynku detalicznym gracza  $B$ , w stosunku zaś do strategii  $h_l$  hipotetycznego gracza  $H$  kryterium Hurwicza postaci (29), wówczas odpowiednie zadanie optymalizacji przyjmie postać:

$$\max \left\{ \alpha \cdot \max_l \min_j V_{jl}^A(a_i) + (1 - \alpha) \cdot \min_l \min_j V_{jl}^A(a_i) : i \in I_A \right\}. \quad (30)$$

Dobór kryterium wyboru strategii rozwiązuje problem siły negocjacyjnej tylko częściowo. Wybór kryterium Walda wskazuje, że gracz  $A$  przewiduje niepomyślny dla siebie wynik negocjacji, wybór zaś kryterium optymistycznego – wynik pomyślny. Założenie, że przy małej sile negocjacyjnej gracza  $A$  otrzymane w wyniku negocjacji rozwiązanie będzie dla niego najmniej korzystne, zawiera w sobie ukryte założenie, że partner w negocjacjach (gracz  $B$ ) będzie dążył do minimalizacji jego wartości wypłaty bezpośrednio lub pośrednio – przez maksymalizację wypłaty własnej. Jest to więc założenie albo o złośliwości gracza  $B$ , albo o wzajemnej sprzeczności interesów obu graczy. Choć i takie przypadki w praktyce występują, to niesłuszne jest twierdzenie, że są one jedynymi. Ponadto, posądzając gracza  $B$  o złośliwość, trzeba przyjąć, że zna on macierz wypłat<sup>③</sup> gracza  $A$ . Stawiając zaś wniosek o sprzeczności interesów trzeba założyć, że gracz  $A$  zna macierz wypłat<sup>④</sup> gracza  $B$ . Oba przypadki z punktu widzenia jednego z graczy nie są grami przeciwko naturze, lecz 2-osobowymi grami o sumie niezerowej z asymetryczną informacją na temat macierzy wypłat.

① *Osobnym problemem, tu nie omawianym, jest kwestia pomiaru siły negocjacyjnej, który umożliwiłby wyrażenie tej siły w postaci współczynnika  $\alpha$ .*

② *Podobną funkcję może pełnić również kryterium wartości oczekiwanej Laplace’a zastosowane do macierzy wypłat gracza  $A$ , przekształconej w ten sposób, że wartości wypłat w każdej kolumnie są przemnożone przez prawdopodobieństwo wybrania w trakcie negocjacji odpowiadającej jej strategii. Prawdopodobieństwo to byłoby wówczas odpowiednikiem lokalnie (w ograniczeniu do pojedynczej strategii) rozumianej siły negocjacyjnej gracza  $A$ .*

③ *Jedynie znając cel, jaki chce osiągnąć gracz  $A$ , gracz  $B$  może świadomie utrudniać jego realizację.*

④ *Aby ocenić, jak decyzje gracza  $A$  wpłyną na wynik osiągnięty przez gracza  $B$ , trzeba znać funkcję wypłaty gracza  $B$ .*

## Wpływ siły negocjacyjnej na wartość korzyści ze zmiany kolejności ruchów w grze przeciwko pojedynczej naturze

Siła negocjacyjna graczy wpływa na rzeczywistą wartość korzyści wynikającej z zamian  $\mathcal{A}\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H}\mathcal{A}$  oraz  $\mathcal{H}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{H}$ . Wartość korzyści wynikającej z zamiany  $\mathcal{A}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{A}$  w przypadku gry przeciwko pojedynczej naturze nie zależy od siły negocjacyjnej graczy<sup>①</sup>.

Istotne jest tu pytanie, czy – podobnie jak w grach przeciwko podwójnej naturze – siła negocjacyjna gracza  $A$  w grze przeciwko pojedynczej naturze zostaje uwzględniona przez odpowiedni dobór kryterium wyboru strategii  $X$ ? Odpowiedź jest pozytywna w przypadku gry, gdzie strategiami gracza  $A$  są jego ceny na rynku detalicznym  $\mathcal{A}$ , strategiami natury zaś możliwe wyniki negocjacji stawek rozliczeniowych na rynku hurtowym<sup>②</sup>  $\mathcal{H}$ . W przypadku gdy strategiami gracza  $A$  są możliwe wyniki negocjacji stawek rozliczeniowych na rynku hurtowym  $\mathcal{H}$ , strategiami natury zaś możliwe wysokości cen na rynku detalicznym ( $\mathcal{B}$ ) gracza<sup>③</sup>  $B$ , wybór kryterium  $X$  nie rozwiązuje problemu wpływu siły negocjacyjnej graczy na wartość korzyści, jakie będą ze zmiany kolejności ruchów. Wynika to z faktu, że dobór kryterium wyboru strategii  $X$  odzwierciedla stosunek gracza  $A$  do niepewności związanej ze strategiami natury, która nie reprezentuje tu możliwych wyników negocjacji stawek na rynku hurtowym  $\mathcal{H}$ , tylko ceny na rynku detalicznym gracza  $B$ .

Do problemu wpływu siły negocjacyjnej na korzyść z zamiany  $\mathcal{H}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{H}$  w grze przeciwko pojedynczej naturze można podejść w następujący sposób. Jak już wspomniano, w przypadku maksymalnej, dominującej siły negocjacyjnej gracza  $A$ , strategie hipotetycznego gracza  $H$  są pod całkowitą kontrolą gracza  $A$ . Sytuację tę można więc rozpatrywać w sposób identyczny, jak w przypadku zamiany  $\mathcal{A}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{A}$ , kiedy to siła negocjacyjna graczy nie ma żadnego wpływu na wartość korzyści z zamiany kolejności ruchów.

W przypadku minimalnej siły negocjacyjnej gracza  $A$ , strategie hipotetycznego gracza  $H$  są pod całkowitą kontrolą gracza  $B$ . Z punktu widzenia gracza  $A$  sytuacja jest zatem zdeterminowana i zamiana  $\mathcal{H}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{H}$  nie przyniesie mu żadnej korzyści ( $VI_{HB}^X = 0$ ).

Przypadki pośrednie można rozpatrywać w ten sposób, że wraz ze wzrostem siły negocjacyjnej gracza  $A$  poszerza się zbiór dostępnych dla niego strategii  $h_l$  i odwrotnie – wraz ze zmniejszaniem siły negocjacyjnej gracza  $A$  zbiór dostępnych dla niego strategii  $h_l$  redukuje się. Sposób wyznaczania wartości korzyści z zamiany kolejności ruchów w tego typu przypadkach ilustruje metoda złożona z niżej opisanych kroków.

1. **Określenie zbioru  $I_H$  potencjalnie możliwych do wybrania strategii  $h_l$ .** Ustala się (w sposób bezpośredni lub za pomocą odpowiednich zależności ograniczających) zbiór potencjalnie możliwych do wybrania strategii  $h_l$  przy założeniu, że gracz  $A$  ma maksymalną siłę w negocjacjach –  $I_H$ .
2. **Utworzenie rankingów strategii  $h_l$ .** Najpierw są wyznaczane (na podstawie określonego kryterium wyboru strategii  $X$ ) wartości każdej ze strategii  $h_l \in I_H$  w sytuacji, gdy  $\mathcal{H}$  poprzedza  $\mathcal{B}$  –  $SQ_{h_l}^X$ . Następnie zbiór  $I_H$  jest odwzorowywany w uporządkowany zbiór  $I_H^{SQ} = \{h'_1, \dots, h'_l, \dots, h'_L\}$  taki, że<sup>④</sup>:

$$SQ_{h'_l}^X \geq SQ_{h'_{l+1}}^X. \quad (31)$$

① Wynika to z faktu, że negocjacje już zostały zakończone, jako wynik gry przeciwko podwójnej naturze.

② Czyli sytuacja, gdy w wyniku rozegrania gry przeciwko podwójnej naturze zostały ustalone ceny na rynku detalicznym gracza  $B$ .

③ Czyli sytuacja, gdy w wyniku rozegrania gry przeciwko podwójnej naturze zostały ustalone ceny na rynku detalicznym gracza  $A$ .

④ Uporządkowanie od największej do najmniejszej wartości strategii.

Zbiór  $I_H^{SQ}$  stanowi ranking strategii  $h_l$  ze względu na ich wartość w sytuacji, gdy negocjacje są pierwszym ruchem w grze.

W kolejnym kroku zostają określone wartości każdej ze strategii  $h_l$  w sytuacji, gdy gracz  $B$  ruszył się jako pierwszy ( $\mathcal{B}$ ) i wybrał strategię  $b_j$ :

$$KD_{h_l b_j} = V_j^A(h_l) : \forall j, l. \quad (32)$$

Następnie dla każdej strategii  $b_j$  jest tworzony uporządkowany zbiór  $I_H^{KDj} = \{h''_1, \dots, h''_l, \dots, h''_L\}$ , będący odwzorowaniem zbioru  $I_H$  takim, że:

$$KD_{h''_l b_j} = V_j^A(h''_l) \geq V_j^A(h''_{l+1}) = KD_{h''_{l+1} b_j}. \quad (33)$$

Zbiory  $I_H^{KDj}$  stanowią rankingi strategii  $h_l$  ze względu na wartość wypłaty, jaką gracz  $A$  otrzymuje, wybierając strategię  $h_l$  w odpowiedzi na strategię  $b_j$ .

3. **Zredukowanie liczności zbiorów  $I_H^{SQ}$  i  $I_H^{KDj}$  proporcjonalnie do siły negocjacyjnej  $\alpha$ .** Ze zbioru  $I_H^{SQ}$  oraz ze zbiorów  $I_H^{KDj}$  odrzuca się  $(1 - \alpha) \cdot 100\%$  najlepszych strategii (strategii o największej wartości), otrzymując w ten sposób zredukowane zbiory  $I_{\alpha H}^{SQ}$  oraz  $I_{\alpha H}^{KDj}$ .
4. **Wyznaczenie wartości  $SQ_{\alpha H}^X$  i  $KD_{\alpha HB}^X$  dla zredukowanych zbiorów  $I_{\alpha H}^{SQ}$  i  $I_{\alpha H}^{KDj}$ .** Wartość  $SQ_{\alpha H}^X$  jest najlepszą wartością, jaką w sensie kryterium  $X$  może sobie zapewnić gracz  $A$  przy założeniu, że wyłącznie strategie ze zbioru  $I_{\alpha H}^{SQ}$  są dla niego całkowicie dostępne<sup>①</sup>. W sytuacji gdy negocjacje  $\mathcal{H}$  mają poprzedzać  $\mathcal{B}$ , gracz  $A$  wybierze spośród strategii należących do  $I_{\alpha H}^{SQ}$  tę, która w sensie kryterium  $X$  da mu największą wypłatę. Stąd:

$$SQ_{\alpha H}^X = \max_{l \in I_{\alpha H}^{SQ}} SQ_{h_l}^X. \quad (34)$$

$KD_{h_l b_j}$  oznacza wartość wypłaty, jaką otrzymuje gracz  $A$  w przypadku, gdy w odpowiedzi na strategię  $b_j$  gracza  $B$  w wyniku negocjacji zostaje wybrana strategia  $h_l$ . Dla każdej możliwej strategii  $b_j$  gracz  $A$  dąży do wybrania takiej strategii  $h_l$ , która da mu największą spośród wypłat  $KD_{h_l b_j}$ . Ze względu na ograniczoną siłę w negocjacjach są dostępne dla niego jednak wyłącznie strategie ze zredukowanego zbioru  $I_{\alpha H}^{KDj}$ . Zatem dla każdej strategii  $b_j$  gracz  $A$  będzie dążył do wybrania takiej strategii  $\hat{h}(b_j)$ , która spełnia zależność:

$$\hat{h}(b_j) = \arg \max_{l \in I_{\alpha H}^{KDj}} KD_{h_l b_j} : \forall j. \quad (35)$$

Wartość wypłaty  $KD_{\hat{h} b_j}$ , jaką otrzymuje gracz  $A$  w sytuacji, gdy w odpowiedzi na strategię  $b_j$  wybiera strategię  $\hat{h}(b_j)$ , można wyznaczyć ze wzoru:

$$KD_{\hat{h} b_j} = V_j^A(\hat{h}(b_j)) = \max_{l \in I_{\alpha H}^{KDj}} KD_{h_l b_j} : \forall j. \quad (36)$$

Aby wyznaczyć korzyści ze zmiany kolejności ruchów w grze, należy obliczyć współczynnik  $KD_{\alpha HB}^X$ , który określa zaagregowaną (agregacja po strategiach  $b_j$ ) na podstawie kryterium  $X$

<sup>①</sup> Przy założeniu, że posiadana siła negocjacyjna zapewnia, że strategie ze zbioru  $I_{\alpha H}^{SQ}$  są pod całkowitą i wyłączną kontrolą gracza  $A$ . Któraś z nich w trakcie negocjacji może być zawsze wybrana (jest to założenie niewątpliwie silne).

wartość wypłaty, jaką w sensie tego kryterium gracz  $A$  może sobie zapewnić, kierując się zasadą wyboru strategii  $\hat{h}(b_j)$ . Dla przykładu dla kryterium Walda:

$$KD_{\alpha HB}^X = \min_j KD_{\hat{h}b_j}, \quad (37)$$

a dla kryterium Laplace'a:

$$KD_{\alpha HB}^X = \frac{1}{J} \sum_j KD_{\hat{h}b_j} \quad (38)$$

itd.

5. **Wyznaczenie wartości korzyści ze zmiany kolejności ruchów  $VI_{\alpha HB}^X$ .** Wartość korzyści ze zmiany kolejności ruchów  $VI_{\alpha HB}^X$  oblicza się z zależności:

$$VI_{\alpha HB}^X = |KD_{\alpha HB}^X - SQ_{\alpha H}^X|. \quad (39)$$

Zastosowanie przedstawionej metody do wyznaczenia wartości korzyści ze zmiany kolejności ruchów w grze przeciwko pojedynczej naturze, przy sile negocjacyjnej gracza  $A$  równej  $\alpha$ , zostanie omówione na przykładzie.

### Przykład 3

Jest dwóch graczy – operatorów  $A$  i  $B$ . W wyniku rozegrania gry przeciwko podwójnej naturze zostały ustalone ceny na rynku detalicznym gracza  $A$ . W fazie gry przeciwko pojedynczej naturze gracz  $A$  rozważa, czy przystąpić do negocjacji cen na rynku hurtowym  $\mathcal{H}$ , zanim gracz  $B$  ustali swoje ceny na rynku detalicznym  $\mathcal{B}$ , czy też poczekać z rozpoczęciem negocjacji do momentu, aż gracz  $B$  ustali ceny detaliczne. Macierz wypłat gracza  $A$  w grze przeciwko pojedynczej naturze, w której jego strategiami są możliwe wyniki negocjacji cen na rynku hurtowym, zilustrowano w tablicy 4.

**Tabl. 4. Macierz wypłat gracza  $A$**

Strategie	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
$h_1$	2	2	0	1
$h_2$	1	1	1	2
$h_3$	0	4	0	1
$h_4$	1	3	2	0

Gracz  $A$  ocenia, że siła negocjacyjna obu graczy jest zbliżona ( $\alpha = 0,5$ ). Ponadto gracz  $A$  zakłada, że  $B$  ustali swoje ceny na rynku detalicznym w sposób niekorzystny dla  $A$ . W swoich decyzjach gracz  $A$  kieruje się więc kryterium Walda:

$$\max \left\{ \min_j V_j(h_l) : l \in I_H \right\}. \quad (40)$$

Ustalenia wymaga sposób szacowania korzyści  $VI_{\alpha HB}^{Wal}$  z zamiany  $\mathcal{H}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{H}$  przy uwzględnieniu siły negocjacyjnej  $\alpha$ .

1. **Określenie zbioru  $I_H$  potencjalnie możliwych do wybrania strategii  $h_l$ .** Zbiór potencjalnie możliwych do wybrania strategii składa się z czterech elementów i przybiera postać:

$$I_H = \{h_1, h_2, h_3, h_4\}.$$

2. **Utworzenie rankingów strategii  $h_l$ .** Dla każdej strategii  $h_l$  należy określić jej wartość w sensie kryterium Walda przy założeniu, że negocjacje stanowią pierwszy ruch w grze:

$$SQ_{h_l}^{Wal} = \min_j V_j^A(h_l) : \forall l. \quad (41)$$

Są to najmniejsze wartości w każdym wierszu tablicy 4. Stąd:

$$SQ_{h_1}^{Wal} = 0,$$

$$SQ_{h_2}^{Wal} = 1,$$

$$SQ_{h_3}^{Wal} = 0,$$

$$SQ_{h_4}^{Wal} = 0.$$

Szeregując strategie  $h_l$  względem wartości  $SQ_{h_l}^{Wal}$  od największej do najmniejszej otrzymuje się uporządkowany zbiór (ranking):

$$I_H^{SQ} = \{h_2, h_1, h_3, h_4\}.$$

Następnie należy wyznaczyć rankingi  $I_H^{KDj}$  strategii  $h_l$ , spełniające równanie (33) przy założeniu, że jako pierwszy ruszył się gracz  $B$ , ustalając swoje ceny na rynku detalicznym  $\mathcal{B}$ :

$$I_H^{KD1} = \{h_1, h_2, h_4, h_3\},$$

$$I_H^{KD2} = \{h_3, h_4, h_1, h_2\},$$

$$I_H^{KD3} = \{h_4, h_2, h_1, h_3\},$$

$$I_H^{KD4} = \{h_2, h_1, h_3, h_4\}.$$

3. **Zredukowanie licznosci zbiorów  $I_H^{SQ}$  i  $I_H^{KDj}$  proporcjonalnie do sily negocjacyjnej  $\alpha$ .**

W przykladzie przyjeto, ze  $\alpha = 0,5$ . Gracz  $A$  moze wobec tego zakladac, ze spozrod potencjalnie dostepnych czterech strategii  $h_l \in I_H$ , w trakcie negocjacji beda osiagalne tylko dwie<sup>①</sup> (najgorsze w obrębie kazdego z rankingow). Po redukcji zbiorow  $I_H^{SQ}$  i  $I_H^{KDj}$  otrzymuje sie:

$$I_{\alpha H}^{SQ} = \{h_3, h_4\},$$

$$I_{\alpha H}^{KD1} = \{h_4, h_3\},$$

$$I_{\alpha H}^{KD2} = \{h_1, h_2\},$$

$$I_{\alpha H}^{KD3} = \{h_1, h_3\},$$

$$I_{\alpha H}^{KD4} = \{h_3, h_4\}.$$

<sup>①</sup>  $4 - (1 - 0,5) \cdot 4 = 2$ .

4. Wyznaczenie wartości  $SQ_{\alpha H}^X$  i  $KD_{\alpha HB}^X$  dla zredukowanych zbiorów  $I_{\alpha H}^{SQ}$  i  $I_{\alpha H}^{KDj}$ . Grając jako pierwszy (rozpoczynając grę od negocjacji), gracz  $A$  będzie dążył do wybrania tej spośród dostępnych (po uwzględnieniu siły negocjacyjnej) dla niego strategii  $h_l \in I_{\alpha H}^{SQ}$ , która zapewni mu największą wartość wypłaty. W tym przykładzie jest to strategia  $h_3$ . Stąd:

$$SQ_{\alpha H}^{Wal} = \max_{l \in I_{\alpha H}^{SQ}} SQ_{h_l}^{Wal} = SQ_{h_3}^{Wal} = 0. \quad (42)$$

Grając jako drugi, dla każdej ustalonej już strategii  $b_j$  gracz  $A$  będzie dążył do wybrania takiej dostępnej strategii  $\hat{h}(b_j) \in I_{\alpha H}^{KDj}$ , która przyniesie mu największą wartość wypłaty. Stąd:

$$\hat{h}(b_1) = h_4,$$

$$\hat{h}(b_2) = h_1,$$

$$\hat{h}(b_3) = h_1,$$

$$\hat{h}(b_4) = h_3.$$

Odpowiednie wartości wypłat, jakie w ten sposób gracz  $A$  może sobie zapewnić, wynoszą:

$$KD_{\hat{h}b_1} = V_1^A(h_4) = 1,$$

$$KD_{\hat{h}b_2} = V_2^A(h_1) = 2,$$

$$KD_{\hat{h}b_3} = V_3^A(h_1) = 0,$$

$$KD_{\hat{h}b_4} = V_4^A(h_3) = 1.$$

Ze względu na założony pesymizm odnośnie do strategii gracza  $B$  otrzymuje się:

$$KD_{\alpha HB}^{Wal} = \min_j KD_{\hat{h}b_j} = KD_{\hat{h}b_3} = V_3^A(h_1) = 0.$$

5. Wyznaczenie wartości korzyści ze zmiany kolejności  $VI_{\alpha HB}^X$ . Zgodnie z (39) wynosi ona:

$$VI_{\alpha HB}^X = |KD_{\alpha HB}^X - SQ_{\alpha H}^X| = 0.$$

Widać więc, że w warunkach określonych w rozpatrywanym przykładzie (siła negocjacyjna  $\alpha = 0,5$ ) gracz  $A$  nie odnosi żadnej korzyści (w sensie kryterium Walda) ze zmiany kolejności ruchów. Łatwo zauważyć, że sytuacja ta zmieni się, jeśli tylko  $\alpha \geq 0,75$ . W takim przypadku, w trakcie redukcji (punkt 3 metody) zostaje odrzucona z każdego zbioru tylko jedna strategia. Krytycznym rankingiem dla przypadku siły negocjacyjnej na poziomie  $\alpha = 0,5$  był ranking  $I_{\alpha H}^{KD3}$ , z najlepszą strategią  $\hat{h}(b_3) = h_1$ , dla której  $KD_{\hat{h}b_3} = V_3(h_1)^A = 0$ . W przypadku gdy  $\alpha \geq 0,75$ , ranking  $I_{\alpha H}^{KD3}$  będzie się składał z trzech strategii, z najlepszą strategią  $h_2$ , dla której  $KD_{\hat{h}b_3} = V_3^A(h_2) = 1$ . W tym przypadku zmiana kolejności ruchów poprawi wypłatę gracza  $A$  (w sensie kryterium Walda) o 1. □

Z kwestią wpływu siły negocjacyjnej na wartość zamiany  $\mathcal{H}\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}\mathcal{H}$  wiąże się jeszcze jeden problem, o którym dotychczas nie wspomniano w artykule. Problem ten wynika z faktu, że w zależności od tego, kiedy odbywają się negocjacje (przed czy po ustaleniu cen na rynku detalicznym gracza  $B$ ), wartość poszczególnych strategii  $h_i$  jest różnie postrzegana przez gracza  $B$  i pewne strategie, które byłby on w stanie zaakceptować w negocjacjach odbywających się przed procesem  $\mathcal{B}$ , w negocjacjach odbywających się po  $\mathcal{B}$  mogą być już nie do zaakceptowania<sup>①</sup>. Kwestii tej jednakże w sytuacji nieznajomości macierzy wypłat gracza  $B$  nie da się rozwiązać.

## Źródła siły negocjacyjnej

Źródło siły negocjacyjnej jest wielowymiarowe. Chyba najbardziej ogólna klasyfikacja wyłania źródła subiektywne, związane z umiejętnościami<sup>②</sup> i reputacją<sup>③</sup> osób negocjujących oraz źródła obiektywne, związane z kontekstem i merytoryczną stroną negocjowanego zagadnienia. Najważniejszym źródłem obiektywnej siły strony w negocjacjach jest wartość najlepszej alternatywy względem negocjowanego porozumienia, tzw. BATNA (*best alternative to a negotiated agreement*) [5, 23]. BATNA danego gracza jest wartością wypłaty, jaką może on sobie zapewnić w sytuacji, gdy negocjacje zakończą się fiaskiem. BATNA obu graczy wyznacza dopuszczalny zbiór negocjacyjny<sup>④</sup> [20, 24, 25]. Gracze zaakceptują tylko takie rozwiązania, które są niegorsze niż ich BATNA.

W przypadku negocjacji stawek rozliczeniowych BATNA jest określone arbitrażową decyzją regulatora. Jednakże w sytuacji nieznajomości macierzy wypłat (funkcji wypłaty) gracza  $B$ , mimo znajomości wysokości stawek rozliczeniowych, jakie narzuci regulator, gracz  $A$  nie jest w stanie określić wartości BATNA gracza  $B$ <sup>⑤</sup>. Jest to istotne ograniczenie w modelu gry przeciwko naturze.

## Podsumowanie

Z punktu widzenia sprawności przeprowadzania procesu negocjacji stawek rozliczeniowych na rynku hurtowym, najbardziej optymalny jest wariant, w którym gracze przystępują do negocjacji, mając już obustronnie ustalone ceny na rynku detalicznym. Przystępowanie do negocjacji w chwili, gdy któryś z graczy tych cen nie ustalił, wytwarza przeciwstawne motywacje po obu stronach: gracz, który ceny na rynku detalicznym ma już ustalone, dąży do opóźniania zarówno rozpoczęcia, jak i zakończenia negocjacji; gracz, który tych cen nie ustalił, chce negocjacje jak najszybciej rozpocząć i równie szybko zakończyć.

① Gdy negocjacje stawek rozliczeniowych  $\mathcal{H}$  odbywają się przed ustaleniem cen na rynku detalicznym gracza  $B$ , gracz ten będzie skłonny akceptować pewne strategie  $h'_i$ , jeśli będą takie strategie  $b_j$  na jego rynku detalicznym, którymi będzie mógł poprawić wartość wypłaty, względem strategii  $h^*$ . W sytuacji gdy została już wybrana określona strategia  $b_j$ , zanim rozpoczęły się negocjacje  $\mathcal{H}$ , strategie  $h'_i$  mogą się okazać gorsze niż  $h^*$  i w przypadku niemożności poprawy wyniku, dodatkowym ruchem w grze, gracz  $B$  je odrzuci.

② Wymienić tu należy choćby takie elementy, jak: znajomość stylów i technik negocjacyjnych, znajomość osobowości ludzkiej, umiejętność radzenia sobie z emocjami, umiejętność sprawnego komunikowania się (aktywne słuchanie, asertywna wypowiedź), umiejętność zarządzania dynamiką konfliktu, prawidłowa percepcja problemu, umiejętność precyzyjnego zdefiniowania celów każdej ze stron, umiejętność zbudowania oraz utrzymania spójnego i kreatywnego zespołu negocjacyjnego, pomysłowość w tworzeniu opcji rozwiązania, szacunek dla negocjatorów strony przeciwnej, umiejętność wywierania na nich wpływu i wreszcie dobre merytoryczne przygotowanie [2, 7, 13, 23, 27].

③ „Dobra reputacja człowieka zawsze postępującego fair może być nieocenionym atutem (w negocjacjach). Otwiera bowiem ogromne możliwości osiągnięcia twórczych porozumień, które są nierealne, gdy druga strona ci nie wierzy. Taką reputację znacznie łatwiej jest zniszczyć niż zbudować.” [15], str. 208).

④ W szczególności zbiór ten może być pusty, jeśli nie istnieje rozwiązanie lepsze niż BATNA obu stron.

⑤ Ceny są jedynie decyzją. Nieznajomość funkcji wypłaty uniemożliwia określenie wartości tej decyzji, czyli BATNA.

Analizując własną macierz wypłat gracze mogą oszacowywać wartość korzyści ze zmiany kolejności ruchów w grze, uwzględniając przy tym istnienie stawek rekomendowanych przez regulatora rynku lub przedstawianych w ofercie ramowej, jak również różną siłę negocjacyjną każdej ze stron.

## Bibliografia

- [1] Apel W.: *Rozliczenia międzyoperatorskie z punktu widzenia operatora sieci internet*. W: Materiały z czwartej konferencji „Międzynarodowe i polskie doświadczenia w zakresie połączeń międzyoperatorskich”. Warszawa, 2000
- [2] Birkenbihl V. F.: *Komunikacja werbalna – psychologia prowadzenia negocjacji*. Wrocław, Wydawnictwo Astrum, 1997
- [3] Car R.: *Połączenia międzysieciowe – punkt widzenia operatora lokalnego na problemy współpracy i rozliczeń*. W: Materiały z trzeciej konferencji „Międzynarodowe i polskie doświadczenia w zakresie połączeń międzyoperatorskich”. Warszawa, 1999
- [4] Dyl K.: *Współpraca międzyoperatorska – spory międzyoperatorskie i rola regulatora w ich rozstrzygnięciu*. W: Materiały z Krajowego Sympozjum Telekomunikacji 2002, Bydgoszcz, 2002, t. C, s. 358–366
- [5] Fisher R., Ury W., Patton B.: *Dochodząc do TAK – negocjowanie bez poddawania się*. Warszawa, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, 2000
- [6] Guz J.: *Wpływ konkurencji na rozwój operatora dominującego*. Euro Forum, Polish Telecoms, 1998
- [7] Hindle T.: *Skuteczne negocjacje*. Warszawa, Wydawnictwo Wiedza i Życie, 2000
- [8] Kamiński J.: *Negocjacje jako proces etyczny*. Biuletyn Informacyjny Zespołu Etyki Biznesu 65, Towarzystwo Naukowe Prakseologii, 2002, [www.cebi.win.pl/texty/listopad02.doc](http://www.cebi.win.pl/texty/listopad02.doc)
- [9] Kamiński J. M.: *Interconnect*. Telecom Forum, 1999, cz. 1: nr 6, s. 15; cz. 2: nr 7/8, s. 20–21, [www.telecomforum.pl/9978/20.htm](http://www.telecomforum.pl/9978/20.htm)
- [10] Kubasik J.: *O potrzebie regulacji cen usług telekomunikacyjnych w warunkach konkurencji*. W: Materiały z Krajowego Sympozjum Telekomunikacji 1997, Bydgoszcz, 1997, t. D, s. 45–54
- [11] Laskowski S.: *Koncepcja operatora najbardziej obiecującego*. Raport nr 02–13. Warszawa, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, 2002
- [12] Laskowski S.: *Modelowanie gry rynkowej na konkurencyjnym rynku telekomunikacyjnym*. Telekomunikacja i Techniki Informacyjne, 2004, nr 3–4, s. 47–60
- [13] Markowski P., Olczyk T.: *Negocjacje, czyli rozmowa*. Raport techniczny, Fundacja Rozwoju Demokracji Lokalnej, 2003, [www.frdl.org.pl/downloads/negoc4\\_vadem/vade4\\_0301234.pdf](http://www.frdl.org.pl/downloads/negoc4_vadem/vade4_0301234.pdf)
- [14] Michalak N., Kantowicz G.: *Więcej konkurencji czy współpracy? Operatorzy telekomunikacyjni na polskim rynku*. INFOTEL, 2000, nr 7–8, s. 13–14
- [15] Ogryczak W.: *Wspomaganie decyzji w warunkach ryzyka*. Skrypt wykładu. Warszawa, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, 2002
- [16] Piotrowski A. J.: *Łączmy się sprawiedliwie*. Telecom Forum, 1999, nr 4, s. 14–16
- [17] Piwowarska R.: *Prawna ochrona konkurencji i przeciwdziałanie praktykom monopolistycznym na rynku telekomunikacyjnym w Polsce*. Praca magisterska, Warszawa, Uniwersytet Warszawski, Wydział Zarządzania, 1999

- [18] Sadowski J.: *Sposób dochodzenia do zasad rozliczeń pomiędzy operatorem sieci komórkowej i operatorem sieci stacjonarnej o znaczącej pozycji rynkowej*. W: Materiały z trzeciej konferencji „Międzynarodowe i polskie doświadczenia w zakresie połączeń międzyoperatorskich”. Warszawa, 1999
- [19] Stanisławski G.: *Działalność i rozwój TP SA w warunkach liberalizacji rynku telekomunikacyjnego w Polsce*. Euro Forum, Polish Telecoms, 1998
- [20] Straffin P. D.: *Teoria gier*. Warszawa, Wydawnictwo Naukowe Scholar, 2001
- [21] Streżyńska A.: *Interconnection*. Telecom Forum, 1999, nr 2, s. 10–13
- [22] Urbanek A.: *Operatorzy niezależni?*, 2001, [www.netword.pl/artykuly/21062.html](http://www.netword.pl/artykuly/21062.html)
- [23] Ury W.: *Odchodząc od NIE – negocjowanie od konfrontacji do kooperacji*. Warszawa, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, 2000
- [24] Wierzbicki A. P.: *Optymalizacja i wspomaganie decyzji*. Skrypt wykładu. Warszawa, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, 2000
- [25] Wierzbicki A. P.: *Sztuka i techniki negocjacji*. Skrypt wykładu. Warszawa, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, 1996
- [26] Wierzbicki A. P.: *Teoria i sztuka negocjacji a problemy współpracy międzyoperatorskiej*. W: Materiały z pierwszej konferencji „Międzynarodowe i polskie doświadczenia w zakresie połączeń międzyoperatorskich”. Warszawa, 1997
- [27] Zarębska A.: *Poradnik dla eksporterów*. Rozdz. „Techniki prowadzenia negocjacji w kontekście handlu międzynarodowego”. Lubelska Fundacja Rozwoju – Euro Info Centre PL416, 2000, [www.ifr.lub.ln.pl/poradnik\\_dla\\_eksporterow.pdf](http://www.ifr.lub.ln.pl/poradnik_dla_eksporterow.pdf)

## Sylwester Laskowski



Mgr inż. Sylwester Laskowski (1973) – absolwent Wydziału Elektroniki i Technik Informacyjnych Politechniki Warszawskiej (1999); absolwent Wydziału Instrumentalnego Warszawskiej Akademii Muzycznej (2003); doktorant w Instytucie Automatyki i Informatyki Stosowanej PW; pracownik Instytutu Łączności w Warszawie (od 2004); zainteresowania naukowe: techniki informacyjne, wspomaganie decyzji, analiza wielokryterialna, sztuka i technika negocjacji, teoria gier, rynek telekomunikacyjny i współpraca międzyoperatorska.

e-mail: S.Laskowski@itl.waw.pl