

# Modelowanie gry rynkowej na konkurencyjnym rynku telekomunikacyjnym

Sylwester Laskowski

*Dokonano klasyfikacji gier rynkowych na konkurencyjnym rynku telekomunikacyjnym, biorąc pod uwagę cel, jaki wyznacza realizowana przez przedsiębiorstwa telekomunikacyjne polityka. Wychodząc od modelu popytu i modelu kosztów, zdefiniowano funkcje wydatków dla każdej z gier oraz określono pojęcie strategii gry. W zależności od informacji na temat modelu kosztów konkurencyjnych graczy wyróżniono dwa zasadnicze rodzaje gier jednokryterialnych: gry przeciwko naturze oraz N-osobowe gry o sumie niezerowej. Wykazano konieczność wielokryterialnej analizy gry rynkowej.*

**rynek telekomunikacyjny, konkurencja, teoria gier, modele gry rynkowej**

## Wprowadzenie

Konkurencja na rynku telekomunikacyjnym sprawia, że wyniki osiągane przez przedsiębiorstwa telekomunikacyjne zależą zarówno od ich własnych decyzji, jak i od decyzji innych przedsiębiorstw funkcjonujących na rynku. Decyzje poszczególnych podmiotów gry rynkowej są od siebie wzajemnie zależne. W odpowiedzi na posunięcia jednego przedsiębiorstwa inne przedsiębiorstwo podejmuje decyzje, najlepsze z punktu widzenia jego polityki działania, która *nota bene* również bywa zależna od polityki, jaką stara się realizować pierwsze przedsiębiorstwo. Problem zaostrza się wówczas, gdy podmiotów biorących udział w grze jest więcej i gdy muszą one podejmować decyzje równocześnie, a przy tym polityka każdego z nich jest złożona oraz dąży do realizacji wielu, często wzajemnie sprzecznych celów.

W takiej sytuacji, aby skutecznie wspierać decyzje poszczególnych podmiotów, jest konieczne właściwe zrozumienie istoty problemu, w tym jego problemów składowych, a także zależności między nimi. W niniejszym artykule przeprowadzono analizę gry rynkowej na konkurencyjnym rynku telekomunikacyjnym, zwracając szczególnie uwagę na identyfikację podstawowych jej elementów oraz wyłonienie i sklasyfikowanie gier elementarnych, z których ona się składa. Wynik tej analizy stanowi bowiem punkt wyjścia w procesie wspomagania decyzji. W analizie posłużono się elementami teorii gier.

## Podstawowe pojęcia teorii gier

Począwszy od 1928 r., kiedy w pracy Johna von Neumanna *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele* zostały sformułowane pierwsze fundamentalne pojęcia i zależności, dotyczące różnego rodzaju sytuacji konfliktowych, rozwinięte następnie szeroko w opublikowanej w 1944 r. pracy Johna von Neumanna i Oskara Morgensterna *Theory of Games and Economic Behavior*, zagadnienia te weszły w obszar zainteresowań matematyków. Powstała nowa teoria – teoria gier, która zawiera bogaty aparat pojęciowy oraz zestaw metod analizy i rozwiązywania różnego typu sytuacji konfliktowych, które są nazywane tu *grami* [11, 17, 20, 22]. W zależności od liczby uczestników – *graczy*, biorących udział

w grze, przyjął się podział na gry 2-osobowe i  $N$ -osobowe<sup>①</sup>. W zależności od stopnia sprzeczności wzajemnych interesów graczy można wyróżnić gry o sumie zerowej i gry o sumie niezerowej. W grach o sumie zerowej<sup>②</sup> wielkość wygranej, tzw. wypłata, jaką uzyskuje jeden z graczy, jest równa sumie strat, jakie ponoszą pozostali gracze. W grach o sumie niezerowej taka zależność nie musi zachodzić i w szczególnych przypadkach zyskiwać może wielu graczy lub nawet wszyscy gracze. Tu często rozważa się przypadki możliwej kooperacji między graczami.

Można wskazać też różne sposoby reprezentacji gier – różne modele gier:

- gry w postaci ekstensywnej, czyli w postaci tzw. drzewa decyzyjnego;
- gry w postaci normalnej, w których wartość wypłaty  $y_i$  dla  $i$ -tego gracza definiuje się w postaci funkcji wygranej  $f_i$ , będącej zależnością wiążącą wartość wypłaty  $y_i$  z decyzjami wszystkich  $N$  graczy  $y_i = f_i(x_1, \dots, x_i, \dots, x_N)$ , przy czym zmienna  $x_i$  może być wektorem decyzji elementarnych; szczególnym przypadkiem gier w postaci normalnej są tzw. gry macierzowe, kiedy to zbiór decyzji (nazywanych tu strategiami) poszczególnych graczy jest dyskretny, a zbiór wypłat dla poszczególnych graczy przedstawia się w formie macierzy;
- gry w postaci funkcji charakterystycznej, w których każdemu podzbiorowi graczy  $S \subseteq N$  (tzw. koalicji) przypisuje się wartość wypłaty  $v(S)$ .

Można również dokonać podziału na gry jednorazowe i powtarzalne<sup>③</sup>.

W teorii gier jednym z najważniejszych pojęć jest strategia. Rozumie ją się tu jako decyzję, w szczególnym przypadku złożoną ze zbioru decyzji cząstkowych (wektor zmiennych decyzyjnych), ewentualnie sekwencję decyzji, jakie gracz może podjąć. Pojęciu podjęcie decyzji odpowiada tu pojęcie wyboru strategii<sup>④</sup>.

Tabl. 1. Ilustracja pojęć strategia i wypłata

Strategie	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
$a_1$			$\vdots$	
$a_2$	.....	.....	$[V_{2,3}^A, V_{2,3}^B]$	.....
$a_3$			$\vdots$	
$a_4$			$\vdots$	

① Pojęcie osoby nie ma tu znaczenia antropologicznego, tak samo jak gracz nie implikuje wprost skojarzeń ze sportem lub hazardem. Pojęcia te są używane do określenia podmiotu zaangażowanego w konflikt, przy czym podmiot ten może być zarówno konkretną osobą, jak i grupą osób, a także „naturą”, słowem – stroną zaangażowaną w konflikt.

② Gry o sumie zerowej są nazywane również grami o sumie stałej.

③ Grę powtarzalną można traktować jako wielokrotne rozgrywanie gry jednorazowej. Innym podejściem do problemu wielokrotnie rozpatrywanych sytuacji gier są modele gier dynamicznych lub ewolucyjnych [20].

④ Nie należy dopatrywać się tu ścisłych analogii z pojęciem strategii używanym powszechnie w teorii decyzji [5, 20] czy w badaniach operacyjnych [4, 15, 18]. Warto przypomnieć, że wprowadza się tam często podział na tzw. decyzje operacyjne, taktyczne i strategiczne. Decyzjami strategicznymi są tam decyzje najbardziej ogólne, długoterminowe, wyznaczające ogólne kierunki (np. rozwoju firmy). W teorii gier pojęcie strategii może dotyczyć – oprócz wcześniej opisanych – również decyzji bardzo szczegółowych i krótkoterminowych, czyli takich, które we wspomnianych dziedzinach byłyby nazwane operacyjnymi lub taktycznymi.

W tablicy 1 pokazano wzajemną zależność między pojęciami strategii i wypłaty dla dwóch graczy: gracza A i gracza B. Jest to tzw. *macierz wypłat*. W macierzy tej zilustrowano wypłaty zarówno gracza A, jak i gracza B. Gracz A ma tu do wyboru strategię  $a_1, a_2, a_3$  i  $a_4$ , natomiast gracz B strategię  $b_1, b_2, b_3$  i  $b_4$ . Jeśli gracz A wybierze strategię  $a_i$ , a gracz B strategię  $b_j$ , to otrzymają oni w ten sposób wypłaty – odpowiednio  $V_{i,j}^A$  i  $V_{i,j}^B$ .

## Modele gry rynkowej na konkurencyjnym rynku telekomunikacyjnym

Elementy teorii gier zostaną użyte do opisu oraz analizy problemów decyzyjnych związanych z ustalaniem cen za usługi na telekomunikacyjnym rynku detalicznym i hurtowym. Z tego też względu jest konieczne określenie, czemu odpowiada wcześniej omawiane pojęcie *gry*, kto jest w tej grze *graczem*<sup>①</sup>, jakie ma do dyspozycji *strategie* i jaką postać przybierają odpowiednie funkcje wypłat. Problemy te są wzajemnie powiązane. Określenie, czym jest gra rynkowa, dokonuje się najpierw przez identyfikację samego rynku, a następnie przez identyfikację funkcji wypłat, co implikuje konieczność określenia graczy, którym te funkcje odpowiadają. Określenie strategii wiąże się z identyfikacją zmiennych decyzyjnych każdego z graczy, których wartość w istotny sposób wpływa na wartość funkcji wypłat.

### Identyfikacja rynków

Identyfikacja rynku opiera się na kryterium oferowanego produktu lub usługi (kryterium przedmiotowe) oraz na wymiarze geograficznym, z uwzględnieniem kryterium podmiotowego, a niekiedy również i czasowego [1]. Właściwy rynek produktów obejmuje te wszystkie towary i usługi, które są uznawane przez konsumenta za wzajemnie wymienne lub substytucyjne ze względu na ich właściwości, ceny i przeznaczenie. Definiowanie rynku w wymiarze geograficznym odwołuje się do pojęcia konkurencji. Właściwy rynek geograficzny obejmuje obszar działalności dostawców lub sprzedawców produktów, na którym warunki konkurencji są podobne lub jednolite. W sektorze telekomunikacyjnym wymiar geograficzny rynku jest determinowany przede wszystkim obszarem sieci, stąd podział na rynki lokalne, regionalne, krajowe lub ponadnarodowe. Stosując kryterium podmiotowe, można podzielić rynki telekomunikacyjne na detaliczne, związane ze świadczeniem usług użytkownikom końcowym oraz na rynki hurtowe, zapewniające dostęp do sieci innym przedsiębiorstwom telekomunikacyjnym. Natomiast biorąc pod uwagę kryterium czasowe, można wyróżnić rynki z punktu widzenia czasu, w jakim są świadczone usługi.

Swoistego podziału rynków dokonuje się również ze względu na kształt regulacji prawnych, a ściślej na tzw. regulację *ex ante* (regulację wyprzedzającą) i regulację *ex post* [12].

<sup>①</sup> Warto w tym miejscu zwrócić uwagę na pewien subtelny, chociaż ważny problem natury etycznej i wychowawczej. Aparat pojęciowy teorii gier służy precyzyjnemu określaniu tych części modelu sytuacji konfliktowych opisanych za pomocą pojęć teorii gier, tzw. sytuacji growych, którym w rzeczywistości odpowiadają realne byty. Pojęcia teorii gier (problem ten dotyczy wszelkich pojęć) są zawsze uproszczeniem i obejmują zaledwie fragment tej bogatej, realnej rzeczywistości. Problem zaczyna się wtedy, gdy ów uproszczony sposób pojmowania zaczyna dominować sposób postrzegania modelowanej rzeczywistości, zacierając wtedy wiele istotnych jej elementów. I tak dla przykładu, istnieje realne niebezpieczeństwo, że stosując zamiennie pojęcia przedsiębiorstwo telekomunikacyjne i gracz, rzeczywista działalność przedsiębiorstw zacznie być postrzegana jedynie jako faktyczna gra (trafniej – „gierka”), w której nie liczy się nic więcej, jak tylko zmaksymalizowanie własnej (często jednokryterialnie ujętej w formie zysku) wypłaty. Istotna waga tego problemu tkwi nie tylko w tym, że można zubożyć proces postrzegania rzeczywistości, ale przede wszystkim w tym, że istnieje niebezpieczeństwo kreowania tej rzeczywistości na obraz tak radykalnie uproszczonego modelu [3, 6, 10]. Z tym niebezpieczeństwem trzeba się liczyć i o nim pamiętać, ilekroć posługuje się tak uproszczonymi pojęciami, jak gracz czy gra.

Dla przykładu można przytoczyć klasyfikację rynków podaną przez Komisję Europejską w dyrektywie 2003/311/EC [2]. Wymieniono w niej tzw. *rynki właściwe*, związane z wyznaczaniem pozycji przedsiębiorstwa, a w szczególności z identyfikacją przedsiębiorstwa o tzw. *znaczącej pozycji rynkowej*. Dokonano następującego podziału rynku detalicznego i hurtowego.

- Rynek detaliczny:
  - 1) rynek dostępu do abonentów domowych (*residential*) o stałej lokalizacji w publicznej sieci telefonicznej;
  - 2) rynek dostępu do abonentów biznesowych (*non-residential*) o stałej lokalizacji w publicznej sieci telefonicznej;
  - 3) rynek publicznie dostępnych usług telekomunikacyjnych na poziomie lokalnym i/lub krajowym dla abonentów domowych o stałej lokalizacji;
  - 4) rynek publicznie dostępnych usług telekomunikacyjnych na poziomie międzynarodowym dla abonentów domowych o stałej lokalizacji;
  - 5) rynek publicznie dostępnych usług telekomunikacyjnych na poziomie lokalnym i/lub krajowym dla abonentów biznesowych o stałej lokalizacji;
  - 6) rynek publicznie dostępnych usług telekomunikacyjnych na poziomie międzynarodowym dla abonentów biznesowych o stałej lokalizacji;
  - 7) rynek oferowania minimalnego zbioru łączy dzierżawionych.
- Rynek hurtowy:
  - 1) rynek usług rozpoczęcia połączenia (*call origination*) w publicznej sieci telekomunikacyjnej dostarczanych użytkownikom o stałej lokalizacji;
  - 2) rynek usług zakończenia połączenia (*call termination*) w publicznej sieci telekomunikacyjnej dostarczanych użytkownikom o stałej lokalizacji;
  - 3) rynek usług tranzytu ruchu w stałej publicznej sieci telefonicznej;
  - 4) rynek hurtowego dostępu do uwolnionej metalowej pętli i podpętli abonenckiej do świadczenia szerokopasmowych i głosowych usług;
  - 5) rynek hurtowego szerokopasmowego dostępu do infrastruktury sieciowej;
  - 6) hurtowy rynek łączy dzierżawionych na potrzeby zakończenia połączeń (*wholesale terminating segments of leased lines*);
  - 7) hurtowy rynek łączy dzierżawionych na potrzeby tranzytowe (*wholesale trunk segments of leased lines*);
  - 8) rynek dostępu i rozpoczęcia połączenia w publicznej ruchomej sieci telefonicznej;
  - 9) rynek usług zakończenia połączenia w ruchomej sieci telefonicznej;
  - 10) narodowy rynek hurtowy międzynarodowych usług roamingowych w publicznych sieciach ruchomych;
  - 11) rynek usług transmisji rozsiewczej.

## **Identyfikacja graczy**

Wydaje się, że identyfikacja graczy w grze rynkowej jest zagadnieniem prostym. Graczami w grze na danym rynku telekomunikacyjnym są przede wszystkim przedsiębiorstwa telekomunikacyjne,

prowadzące na tym rynku działalność. Jednakże trzeba uwzględnić również istnienie tzw. *rynków wzajemnie powiązanych*, czyli takich, na których jest możliwe przenoszenie władzy rynkowej z jednego na drugi [12]. Dla przykładu, decyzje dotyczące wysokości taryf za usługi telekomunikacyjne ustanawiane przez operatorów lokalnych mają istotny wpływ na wyniki, jakie osiągają operatorzy międzystrefowi i odwrotnie. W przypadku gdy operator międzystrefowy jest podmiotem niezależnym względem operatorów lokalnych, wpływ na wyniki tych ostatnich będzie zasadniczo podobny (efekty rozłożone względnie równomiernie), ale jeśli operator międzystrefowy jest jednocześnie jednym z operatorów lokalnych, efekt ujęty całościowo może być radykalnie różny<sup>①</sup>.

Niejednoznaczna jest też kwestia roli regulatora. Możliwe jest traktowanie regulatora jako jednego z graczy, mającego dla danego rynku własny zbiór strategii (możliwych do użycia instrumentów prawno-administracyjnych) oraz celów, związanych z realizowaną polityką, które można przyjąć jako punkty aspiracji w przestrzeni kryteriów oceny stanu sytuacji rynkowej, czyli jego funkcji wypłat.

W innym ujęciu nie traktuje się regulatora jako jednego z graczy, lecz jako „ograniczenie” zbioru dopuszczalnych strategii działających na rynku przedsiębiorstw. To podejście, poparte *nota bene* potocznym rozumieniem pojęcia *gracz rynkowy*, jest słuszne, jeżeli w momencie „rozgrywania gry” przepisy prawne są już ustalone, a wynikające z nich decyzje regulatora w najgorszym przypadku łatwe do przewidzenia. W niniejszym artykule przyjęto to drugie podejście.

## ***Identyfikacja strategii***

Postrzeganie usługi zarówno z punktu widzenia jej użytkownika, jak i podmiotu, który ją świadczy, może być bardzo różne. Użytkownik widzi usługę w jej formie finalnej, podczas gdy dostawca usługi widzi jej elementy składowe. Można wprowadzić zatem definicję 1.

**Definicja 1.** *Jednostką usługową  $SU_{Aipm}$  nazywa się elementarną część  $m$  usługi lub usług, świadczonych przez przedsiębiorstwo  $A$ , w  $i$ -tej strefie numeracyjnej, dla użytkownika o profilu  $p$ , z którą jest związana pobierana od użytkownika opłata  $P_{Aipm}$ .*

Jednostka usługowa jest pojęciem ogólnym (tak jak pojęcie użytkownika [12]) i może dotyczyć usług świadczonych na rynku detalicznym i hurtowym. W szczególności jednostka usługowa może być samą usługą (np. usługa związana z zapewnieniem dostępu do sieci, ze stałą opłatą abonamentową) lub też częścią usługi (np. usługa rozpoczęcia połączenia, która może wchodzić w skład usługi połączenia, realizowanego między abonentami dwóch różnych sieci). Pojęcie jednostki usługowej może być również przypisane do usługi, z uwzględnieniem rozróżnienia na czas jej świadczenia. Dla przykładu, usługa lokalnego połączenia telefonicznego w godzinach szczytu może stanowić inną jednostkę usługową, niż ta sama usługa świadczona w godzinach poza szczytem, jeśli tylko świadczący ją operator<sup>②</sup> będzie uwzględniał możliwość ustalenia w obu przypadkach różnych cen<sup>③</sup>.

① Wiąże się to z problemem tzw. *krosssubsydiowania*, czyli wspieraniem jednej, mniej dochodowej działalności przez inną, bardziej dochodową, co z uwzględnieniem licznych uzasadnień natury społecznej może stanowić silne narzędzie walki z konkurencją.

② Operatorem nazywa się przedsiębiorstwo telekomunikacyjne, które ma własną infrastrukturę sieciową.

③ Trzeba wyraźnie podkreślić, że dotyczy to potencjalnej możliwości ustalenia różnych cen, a nie faktycznej ich różnicy.

Korzystając z tej definicji jednostki usługowej  $SU_{Aipm}$  oraz odpowiadającej jej ceny  $P_{Aipm}$ , można zdefiniować pojęcie strategii (definicja 2).

**Definicja 2.** Strategią  $j$  przedsiębiorstwa  $A$  nazywa się zbiór par  $\{(SU_{Aipm}, P_{Aipm}^j)\}$ .

Zgodnie z definicją 2, strategia  $j$  będzie strategią *identyczną* ze strategią  $k$ , wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdej jednostki usługowej  $SU_{Aipm}$  będzie zachodzić zależność:

$$P_{Aipm}^j = P_{Aipm}^k.$$

Strategia  $j$  będzie natomiast strategią *różną* od strategii  $k$ , jeśli dla co najmniej jednej jednostki usługowej  $SU_{Aipm}$  będzie zachodzić zależność:

$$P_{Aipm}^j \neq P_{Aipm}^k.$$

Przy takiej definicji pojęcia strategii widać, że przedsiębiorstwa telekomunikacyjne mają do wyboru jedynie tzw. *strategie czyste*, tzn. nie mogą jednocześnie wybrać więcej niż jednej strategii (brak tzw. *strategii mieszanych*). Wynika stąd, że odpowiednie gry rynkowe mogą nie mieć rozwiązań równowagowych<sup>①</sup>, a co się z tym wiąże, gracze będą często zmieniali swoje strategie, wskutek czego sytuacja na rynku będzie niestabilna.

### Identyfikacja funkcji wypłaty

Funkcja wypłaty stanowi kryterium oceny wyniku gry, a zatem i kryterium oceny decyzji (wybranej strategii), jaką podjął dany gracz. Należy pamiętać, że takich kryteriów oceny może być bardzo wiele<sup>②</sup>. W niniejszym artykule ograniczono się do kilku zasadniczych kryteriów opartych na modelu popytu na świadczone usługi telekomunikacyjne oraz na modelu kosztów ponoszonych przez przedsiębiorstwo.

### Kryteria popytu i liczby użytkowników

Można założyć istnienie modelu popytu<sup>③</sup>, składającego się z takich modeli składowych, jak:

- model funkcji popytu  $D_{Autn}^{XipYjr}$  – wielkość ruchu przenoszonego przez sieć operatora  $A$ , związanego z realizacją usługi  $u$ , w chwili czasowej  $t$  i dniu tygodnia  $n$ , generowanego przez użytkownika o profilu  $p$  w  $i$ -tej strefie operatora  $X$ , w relacji połączenia z użytkownikiem o profilu  $r$ , w  $j$ -tej strefie operatora  $Y$ ;

<sup>①</sup> Rozwiązaniem równowagowym gry (tzw. punktem równowagi Nasha) nazywa się taki zbiór wybranych strategii, dla którego żadnemu z graczy nie oplaca się zmieniać swojej strategii gry, jeżeli tylko ma pewność, że pozostali gracze swoich strategii nie zmienią. Dla gry w postaci normalnej jest to taka łączna decyzja  $\mathbf{x}^* \in X_0$  (gdzie  $X_0$  – zbiór decyzji dopuszczalnych), że:

$$f_i(x_1^*, \dots, x_i^*, \dots, x_n^*) \geq f_i(x_1^*, \dots, x_i, \dots, x_n^*), \forall \mathbf{x} \in X_0, \forall i = 1, \dots, n.$$

Przy założeniu różniczkowalności funkcji wypłaty  $f_i(\mathbf{x})$  wynika stąd układ poniższych warunków koniecznych [20]:

$$\frac{\partial f_i(\mathbf{x}^*)}{\partial x_i} = 0, \forall i = 1, \dots, n.$$

<sup>②</sup> Teoretycznie nieskończenie wiele [13].

<sup>③</sup> Przyczynę do powstania takiego modelu można znaleźć w pracy [9].

- model liczby użytkowników  $U_{Aip}$  – liczba użytkowników o profilu  $p$ , korzystających z usług przedsiębiorstwa  $A$ , w  $i$ -tej strefie.

Dla modelu funkcji popytu w szczególnym przypadku może zachodzić:

- $(X = Y = A)$  – dla ruchu zamykającego się w sieci operatora  $A$  (lokalnego, jeśli  $i = j$  i między-strefowego, jeśli  $i \neq j$ );
- $(X = A \neq Y)$  – dla ruchu rozpoczynającego się w  $i$ -tej strefie operatora  $A$  i kończącego się w  $j$ -tej strefie operatora  $Y$ ;
- $(X \neq A = Y)$  – dla ruchu rozpoczętego w  $i$ -tej strefie operatora  $X$  i kończącego się  $j$ -tej strefie operatora  $A$ ;
- $(X \neq A \neq Y)$  – dla ruchu wychodzącego z sieci operatora  $X$  i kierowanego do sieci operatora  $Y$ , tranzytowanego przez sieć operatora  $A$ .

Powyższe modele mają charakter wyjść (*outcomes*), których wartości zależą m.in.<sup>①</sup> od przyjętych w naszym modelu strategii, czyli cen za poszczególne jednostki usługowe. Dlatego też te modele można traktować jako funkcje kryteriów oceny skutku wybranej przez graczy strategii. Są to kryteria najbardziej elementarne w naszym modelu. Na ich podstawie można zbudować wiele różnorodnych kryteriów zaagregowanych. Dla przykładu poniżej podano kilka takich kryteriów.

- Kryteria popytu:
  - kryterium całkowitej wielkości ruchu, związanego z realizacją usługi  $u$ , generowanego przez wszystkich użytkowników w  $i$ -tej strefie przedsiębiorstwa  $A$ :

$$D_{Aiu} = \sum_{Y,j} \sum_{p,r} \sum_{t,n} D_{Autn}^{AipYjr} \cdot U_{Aip},$$

- kryterium całkowitej wielkości ruchu zamykającego się w strefie  $i$  (ruch lokalny) sieci operatora  $A$  (ruch generowany w relacji  $Ai - Ai$ ):

$$D^{AiAi} = \sum_{p,r} \sum_{u,t,n} D_{Autn}^{AipAir} \cdot U_{Aip},$$

- kryterium całkowitego ruchu generowanego w  $i$ -tej strefie sieci operatora  $A$  i wychodzącego do  $j$ -tej strefy operatora  $B$  (ruchu generowanego w relacji  $Ai - Bj$ ):

$$D^{AiBj} = \sum_{p,r} \sum_{u,t,n} D_{Autn}^{AipBjr} \cdot U_{Aip},$$

- kryterium całkowitego ruchu przychodzącego z sieci operatora  $B$  do sieci operatora  $A$ :

$$D^{BA} = \sum_{i,j} \sum_{p,r} \sum_{u,t,n} D_{Butn}^{BjrAip} \cdot U_{Bjr},$$

<sup>①</sup> Wielkość ruchu związanego z daną usługą, oprócz cen za tę usługę, zależy również od: cen za usługi substytucyjne i komplementarne, dochodu użytkowników usług, jakości usług, a także preferencji i upodobań użytkowników. Liczba użytkowników, korzystających z usług danego przedsiębiorstwa zależy od: jakości i cen tych usług, jakości usług oferowanych przez konkurentów, wizerunku rynkowego przedsiębiorstwa, jego prestiżu, skuteczności reklamy oferowanych przez niego produktów itp.



- kryterium całkowitego ruchu obsługiwanego w sieci przez operatora  $A$  w godzinach szczytu ( $t = s$ ), w dniach pracujących ( $n = w$ ):

$$D_{Asw} = \sum_{i,j} \sum_{p,r} \sum_u D_{Ausw}^{AipAjr} \cdot U_{Aip} + \sum_{i,Y,j} \sum_{p,r} \sum_u D_{Ausw}^{AipYjr} \cdot U_{Aip} + \sum_{Y,j,i} \sum_{p,r} \sum_u D_{Busw}^{YjrAip} \cdot U_{Yjr},$$

- kryterium stosunku ruchu przychodzącego do wychodzącego w sieci operatora  $A$ , połączonej z siecią operatora  $B$ :

$$D_A^{T/O} = \sum_{i,j} \sum_{p,r} \sum_{u,t,n} \frac{D_{Autn}^{BjrAip} \cdot U_{Bjr}}{D_{Autn}^{AipBjr} \cdot U_{Aip}}.$$

- Kryteria liczby użytkowników:

- kryterium liczby użytkowników o profilu  $p$  przedsiębiorstwa  $A$ :

$$U_{Ap} = \sum_i U_{Aip},$$

- kryterium całkowitej liczby użytkowników przedsiębiorstwa  $A$ :

$$U_A = \sum_{i,p} U_{Aip},$$

- kryterium udziału w rynku użytkowników o profilu  $p$  przedsiębiorstwa  $A$ :

$$U_{Ap}^{wzg} = \frac{\sum_i U_{Aip}}{\sum_{X,j} U_{Xjp}}.$$

### Kryteria kosztów i zysków

Można założyć, że każde przedsiębiorstwo zna strukturę ponoszonych przez siebie kosztów, związanych z prowadzeniem działalności telekomunikacyjnej, oraz zna opisujący tę strukturę model<sup>①</sup>. Znajomość modelu kosztów jest warunkiem koniecznym oceny podjętych decyzji z punktu widzenia kryteriów opartych na kosztach.

Poniżej wymieniono typowe rodzaje kosztów, ponoszone przez przedsiębiorstwa telekomunikacyjne w związku ze świadczeniem usług.

- $Z_{Au}^{XiYj}$  – koszt zmienny, ponoszony przez przedsiębiorstwo  $A$ , związany z przenoszeniem ruchu do realizacji usługi  $u$  w relacji  $Xk - Yj$ ;
- $Z_{Aip}^I$  – jednorazowy koszt instalacji łącza abonenckiego dla użytkownika o profilu  $p$  w  $i$ -tej strefie operatora  $A$ ;
- $Z_{Aip}^M$  – stały koszt utrzymania pojedynczego łącza abonenckiego dla użytkownika o profilu  $p$  w  $i$ -tej strefie operatora  $A$ ;
- $Z_{Al}^{BPOI}$  – uśredniony koszt instalacji pojedynczego punktu połączeniowego  $POI$ , ponoszony przez operatora  $A$ , łączącego swą sieć z siecią operatora  $B$  na poziomie *interconnectu*  $l$ ;

<sup>①</sup> Temat modelowania kosztów związanych ze świadczeniem usług telekomunikacyjnych omówiono w pracach [14, 21].



- $Z_{AI}^{MB_{POI}}$  – uśredniony koszt utrzymania pojedynczego punktu połączeniowego *POI*, ponoszony przez operatora *A*, połączonego z operatorem *B* na poziomie *interconectu* *l*;
- $Z_A^O$  – pozostałe koszty operatora *A*, nie związane bezpośrednio z budową i utrzymaniem sieci, ani przenoszonym w niej ruchem (koszty administracyjne, wydatki na reklamę, wydatki na badania i rozwój, koszty zarządu, koszty amortyzacji budynków itp.).

Jako kryterium oceny można przyjąć każdą z funkcji kosztów, której wartość zależy od wybranej strategii gry. Zgodnie z definicją 2, strategią jest zbiór par *jednostka usługowa – cena*, zatem za kryteria kosztowe można przyjąć te z funkcji kosztów, których wartość w sposób mniej lub bardziej pośredni<sup>①</sup> zależy od cen za poszczególne jednostki usługowe. Będą to więc przede wszystkim koszty zależne od wielkości przesyłanego ruchu oraz od liczby abonentów<sup>②</sup>.

Zysk  $Z_A$  przedsiębiorstwa *A* jest definiowany jako różnica osiągniętych przez nie przychodów  $R_A$  oraz ponoszonych kosztów  $K_A$ :

$$Z_A = R_A - K_A.$$

Przychody są czerpane z wszelkiej działalności usługowej (z każdej jednostki usługowej *SU*), jaką przedsiębiorstwo prowadzi, a ich całkowita wartość wyraża się zależnością:

$$R_A = \sum_{i,p,m} D_{Aipm} \cdot P_{Aipm}.$$

Podobnie jak w przypadku kryteriów kosztowych, kryteria zysku można definiować dla poszczególnych jednostek usługowych, ich grup, poszczególnych rynków, usług związanych z przenoszeniem ruchu w określonej relacji oraz w sensie całościowego wyniku finansowego przedsiębiorstwa.

### Jakościowy podział kryteriów

W zależności od preferencji gracza (przyjętej polityki działania) każde z wymienionych kryteriów może być maksymalizowane, minimalizowane lub stabilizowane<sup>③</sup>. Każdy rodzaj kryterium można sprowadzić w prosty sposób do kryterium maksymalizowanego. Zachodzą bowiem następujące zależności:

$$\text{minimize } f = \text{maximize } -f$$

oraz

$$\text{stabilize } f = \text{maximize } \frac{1}{|\hat{f} - f| + 1},$$

gdzie  $\hat{f}$  jest wartością funkcji *f*, wokół której jest ona stabilizowana.

<sup>①</sup> Koszt nigdy nie zależy od cen oferowanych usług w sposób bezpośredni, choć zależy bezpośrednio od cen usług, z których się korzysta [7, 19].

<sup>②</sup> Można przypuszczać, że niemal wszystkie koszty, jakie ponosi na swoją działalność dane przedsiębiorstwo telekomunikacyjne, w jakiejś mierze zależą od tych dwóch zmiennych czynników.

<sup>③</sup> Może się wydawać, że to twierdzenie jest nieco przesadzone. Powszechnie uważa się, że przedsiębiorstwa dążą do maksymalizacji udziału w rynku, maksymalizacji zysków i minimalizacji ponoszonych kosztów. Realia rynków poddanych kontroli, nakładającej na przedsiębiorstwa liczne obowiązki i ograniczenia w zależności od zajmowanej przez nie pozycji rynkowej (jak to jest np. z operatorami, mającymi znaczącą pozycję rynkową [12]), słuszność tego twierdzenia poddają w wątpliwość. Dla przykładu, przedsiębiorstwo, które zbliża się do granicy, po przekroczeniu której zostanie uznane za posiadające znaczącą pozycję rynkową na danym rynku, może dążyć do ustabilizowania swojej aktualnej pozycji (udziału w rynku, zysku). Przedsiębiorstwo, na które nałożono obowiązek ustalania cen za usługi na podstawie ponoszonych kosztów, może dążyć (choćby w sztuczny sposób) do zwiększania (maksymalizowania) tychże kosztów itd. Ponadto, ponieważ dany gracz rozpatruje nie tylko własne wartości kryteriów, ale również wartości kryteriów konkurentów, może te ostatnie traktować w sposób przeciwny względem własnych, dążąc do pogorszenia sytuacji konkurenta.

## Rodzaje gier na rynku telekomunikacyjnym i ich właściwości

Pojedyncze kryterium oceny wyniku gry rozpatrywane na danym rynku (np. kryterium maksymalizacji zysku czerpanego z telefonicznych usług lokalnych) definiuje jednokryterialną grę rynkową. Liczba jednokryterialnych gier rynkowych odpowiada liczbie możliwych i rozsądnie wybranych kryteriów oceny wybranej strategii. Z jednokryterialnych gier rynkowych można tworzyć gry wielokryterialne, dla których funkcja wypłaty jest wektorem, którego poszczególne składowe stanowią kryteria oceny z gier jednokryterialnych [20].

Zgodnie z przyjętą klasyfikacją kryteriów, gry jednokryterialne można podzielić na:

- gry o wielkość ruchu;
- gry o liczbę użytkowników;
- gry o koszt;
- gry o zysk.

Każda z gier ma ten sam zbiór możliwych strategii gry<sup>①</sup>. Gry te zatem są ze sobą powiązane i decyzje podejmowane w jednej grze wpływają na wyniki uzyskiwane w pozostałych grach.

Każdy z graczy rynkowych bierze udział w każdej z gier w tym sensie, że jego decyzje (wybrane strategie) wpływają na wartości funkcji wypłat każdego z graczy w każdej grze. Przyjęta polityka działania, a więc preferencje dotyczące ważności poszczególnych kryteriów oceny, wprowadzają tu pewien porządek. Choć gracze biorą udział w każdej grze, to ich zainteresowanie wynikami w każdej z gier może być różne. Można powiedzieć, że gracz *gra* w daną grę, jeśli jest zainteresowany wynikami tej gry, czyli jeśli traktuje funkcję wypłaty z tej gry jako kryterium (jedyne lub jedno z wielu) oceny wybranej przez siebie strategii. Funkcję wypłaty z gry, w którą gracz *gra*, można nazwać *kryterium istotnym* dla gracza, a funkcje wypłat z gier, w które gracz nie *gra* (choć bierze w nich udział) – *kryteriami nieistotnymi*.

Poszczególne rodzaje gier cechują następujące właściwości:

- gry o wielkość ruchu – funkcje wypłaty są oparte na modelu popytu;
- gry o liczbę użytkowników – funkcje wypłaty są oparte na modelu liczby użytkowników (element modelu popytu);
- gry o koszt – funkcje wypłaty są oparte na modelu kosztów i modelu popytu;
- gry o zysk – funkcje wypłaty są oparte na modelu popytu i modelu kosztów.

Oczywiście, aby dany gracz mógł grać w grę w sposób racjonalny, musi znać własną funkcję wypłaty<sup>②</sup>, jak również potencjalnie możliwe własne strategie gry oraz strategie pozostałych graczy. W naszym przypadku musi więc znać: odpowiedni model (popytu i/lub kosztów), na którym dana funkcja jest oparta, jednostki usługowe, jakie mogą świadczyć przedsiębiorstwa, a także potencjalne poziomy opłat, pobieranych za ich świadczenie.

Model popytu opisuje zachowanie się użytkowników, a zatem jest wspólny dla wszystkich graczy (wszystkich przedsiębiorstw). Wynika z tego, że grając w grę, w której funkcja wypłaty jest oparta

<sup>①</sup> Dotyczy to także gier wielokryterialnych.

<sup>②</sup> W formie analitycznej bądź w formie odpowiednich przyporządkowań decyzje graczy – wypłata.

wyłącznie na modelu popytu (gry o wielkość ruchu i gry o liczbę użytkowników), dany gracz jest w stanie przewidzieć wartości wypłat, jakie osiągnie, jak również jakie osiągną pozostali gracze dla każdej z możliwych kombinacji wybranych strategii gry.

Model kosztu jest związany z konkretnym przedsiębiorstwem i w szczególnym przypadku nie musi być znany pozostałym graczom. Wynika stąd, że w grach, w których funkcja wypłaty jest oparta na modelu kosztów (gry o koszt i gry o zysk), dany gracz może, lecz nie musi znać funkcji wypłat pozostałych graczy.

Problem znajomości potencjalnych strategii wszystkich graczy jest teoretycznie prosty, wystarczy bowiem przyjąć, że gracze mogą świadczyć wszystkie usługi, jakie są aktualnie dostępne lub planowane w bliższej albo dalszej przyszłości, a także założyć dostatecznie szerokie spektrum możliwych cen. W praktyce jednak może to nastroczać wiele trudności, liczba strategii bowiem rośnie wykładniczo ze wzrostem liczby jednostek usługowych [8]. Problem ten jest istotny wtedy, gdy korzysta się z metod opartych na przeglądzie całego zbioru potencjalnych decyzji, jak to jest np. w analizie gier w postaci macierzowej. Stąd też, dla dużych problemów jest konieczne stosowanie metod optymalizacyjnych, w których zbiór możliwych rozwiązań nie jest przechowywany w sposób jawny [16].

Macierz wypłat jest uporządkowaną postacią reprezentacji wartości wypłat (wartości funkcji wypłaty) gracza dla wszystkich kombinacji wybranych strategii każdego z graczy. Można powiedzieć zatem, że gracz zna własną macierz wypłat, jeśli zna własną funkcję wypłaty oraz potencjalne strategie gry każdego z graczy, a ponadto, że gracz zna macierz wypłat innego gracza, jeśli zna jego funkcję wypłaty oraz potencjalne strategie gry wszystkich graczy.

Gry, w których gracz zna własną macierz wypłaty oraz macierz wypłat innego/innych graczy nazywa się w teorii gier *N-osobowymi grami o sumie zerowej bądź niezerowej* w zależności od postaci macierzy<sup>①</sup>. W naszym przypadku należy się spodziewać, że będą to gry o sumie niezerowej<sup>②</sup>. Gry, w których gracz zna jedynie własną macierz wypłat, nazywa się w teorii gier *grami przeciwko naturze*. Stąd, zakładając, że gracze grają w tę samą jednokryterialną grę, można dokonać następującej klasyfikacji:

- *N-osobowe gry o sumie niezerowej:*
  - gry o wielkość ruchu,
  - gry o liczbę abonentów,
  - gry o koszt, jeśli zna się model kosztów innych graczy,
  - gry o zysk, jeśli zna się model kosztów innych graczy.
- *Gry przeciwko naturze:*
  - gry o koszt, jeśli nie zna się modelu kosztów innych graczy,
  - gry o zysk, jeśli nie zna się modelu kosztów innych graczy.

<sup>①</sup> Warto przypomnieć, że gra jest grą o sumie zerowej (inaczej – o sumie stałej), jeśli suma odpowiednich współczynników (wartości funkcji wypłaty dla tej samej kombinacji strategii) z każdej macierzy jest wartością stałą niezależnie od wybranych strategii.

<sup>②</sup> To co zyska dane przedsiębiorstwo, nie równa się sumie tego, co straciły pozostałe. Będzie tak nawet w grze o liczbę użytkowników. Należy pamiętać, że nawet jeśli dana liczba użytkowników zmienia przedsiębiorstwo, z którego usług będzie korzystać (np. z A na B), to jednocześnie dołączają się nowi użytkownicy, którzy dotychczas w ogóle nie korzystali z usług.

Jeśli gracze nie grają w tę samą grę, wówczas może zajść jedna z niżej opisanych sytuacji.

- Dany gracz, np.  $A$ , wie w jakie gry grają pozostali gracze. W tym przypadku gracz  $A$  może założyć, że pozostali gracze grają w tę samą grę co on, a za ich macierze wypłat w tej grze może przyjąć macierze z gier, w które oni grają<sup>①</sup>, pod warunkiem że te macierze zna. Z punktu widzenia gracza  $A$  taka gra sprowadzi się zatem do  $N$ -osobowej gry o sumie niezerowej, jeśli gracz  $A$  zna macierze wypłat pozostałych graczy, lub też do gry przeciwko naturze, jeśli tych macierzy nie zna.
- Gracz  $A$  nie wie, w jakie gry grają pozostali gracze. W tym przypadku gracz  $A$  nie może określić, na analizie jakiej macierzy wypłat pozostali gracze będą opierali swoje decyzje. Jest to więc sytuacja zbliżona, choć nie równoznaczna z grą przeciwko naturze. Jeśli gracz  $A$  nie zna modelu kosztów pozostałych graczy, a istnieje duże prawdopodobieństwo, że mogą oni grać w którąś z gier, dla których funkcja wypłaty opiera się na tym modelu, wówczas rozsądnie jest przyjąć, że jest to gra przeciwko naturze. W przypadku gdy gracz  $A$  zna model kosztów pozostałych graczy, może zastosować niżej opisane podejście. Zakładając, że znane są mu prawdopodobieństwa<sup>②</sup>  $p_{kj}$ , że gracz  $k$  gra w  $j$ -tą grę, wówczas może przyjąć, że gracz  $k$  gra w grę, dla której funkcja wypłaty  $f_k^*$  przybiera postać wartości oczekiwanej wypłat z wszystkich możliwych gier:

$$f_k^* = \sum_j p_{kj} \cdot f_{kj},$$

gdzie  $f_{kj}$  jest funkcją wypłaty gracza  $k$  z gry  $j$ . Postępując w ten sposób z kolejnymi graczami uzyska się model  $N$ -osobowej gry o sumie niezerowej.

Możliwa jest sytuacja, gdy gracz wie, w jakie gry gra część graczy (i zna ich macierze wypłat), ale o pozostałych graczach takiej informacji nie ma. Można przyjąć wówczas, że jest to  $K$ -osobowa gra o sumie niezerowej (gdzie  $K$  jest liczbą graczy, których macierz wypłat jest znana<sup>③</sup>), której wyniki zależą od „stanów natury”, rozumianych jako możliwe strategie gry pozostałych graczy.

Założenie, że przedsiębiorstwa telekomunikacyjne rozpatrują tylko jedno kryterium oceny wyniku swoich decyzji, jest niewątpliwie uproszczeniem. W praktyce można zaobserwować stosowanie wielu kryteriów oceny (gracze grają w wiele gier jednocześnie). W szczególnych przypadkach można jednak przyjmować, że pewne kryteria oceny są dla danego przedsiębiorstwa na tyle istotne<sup>④</sup>, że jednokryterialne ujęcie problemu jest uproszczeniem akceptowalnym<sup>⑤</sup>. W ogólności jednak grę rynkową na rynku usług telekomunikacyjnych należy traktować jako grę wielokryterialną. Podział gier jednokryterialnych na gry przeciwko naturze i  $N$ -osobowe gry o sumie niezerowej nie traci jednakże swej użyteczności. Wynika to z faktu, że gra wielokryterialna jest zbiorem wzajemnie powiązanych gier jednokryterialnych. Aby rozwiązać złożony problem, trzeba umieć rozwiązać wiele

① Wynika to stąd, że wszystkie gry mają ten sam zbiór dopuszczalnych strategii gry.

② Jeśli gracz  $A$  nie zna prawdopodobieństwa  $p_{kj}$ , wtedy z konieczności musi przyjąć, że są sobie równe i wynoszą  $\frac{1}{J}$ , gdzie  $J$  jest liczbą możliwych gier.

③ Ścisłej mówiąc,  $K$  jest liczbą graczy, których macierz wypłat jest znana graczowi  $A$  (jednym z tych graczy jest również  $A$ ).

④ Np. kryterium liczby użytkowników dla przedsiębiorstwa, które dopiero wchodzi na rynek; kryterium zysku, dla przedsiębiorstwa, któremu grozi bankructwo lub które potrzebuje kapitału na wdrożenie nowej, kosztownej technologii; kryterium ruchu w relacji długodystansowej dla operatora sieci lokalnej, który zaczyna świadczyć usługi połączeń międzystrefowych itp.

⑤ Preferencje, którym odpowiada leksykograficzna postać funkcji skalaryzującej w optymalizacji wielokryterialnej nie jest niczym innym, jak jednokryterialnym ujmowaniem problemu do chwili napotkania niejednoznaczności rozwiązania [11, 20].

podproblemów, które się nań składają. Podobnie, aby zrozumieć istotę problemu wielokryterialnego, trzeba zrozumieć istotę każdego z kryteriów jego oceny<sup>①</sup>.

## Podsumowanie

Teoria gier wykształciła różne narzędzia wspomagania decyzji graczy w zależności od modelu gry. Zarysowana klasyfikacja, dzieląca gry na rynku usług telekomunikacyjnych na gry przeciwko naturze,  $N$ -osobowe gry o sumie niezerowej i gry wielokryterialne, umożliwia prostą adaptację tych narzędzi do rzeczywistych problemów, przed jakimi stają decydenci reprezentujący przedsiębiorstwa telekomunikacyjne, biorące udział w różnych grach rynkowych.

## Bibliografia

- [1] Begg D., Fischer S., Dornbusch R.: *Mikroekonomia*. Warszawa, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, 1999
- [2] *Commission recommendation on relevant product and service markets within the electronic communications sector susceptible to ex ante regulation in accordance with Directive 2002/21/EC of the European Parliament and of the Council on a common regulatory framework for electronic communication networks and services*. Official Journal of the European Union, 2003
- [3] Dietl J., Gasparski W. i inni: *Etyka biznesu*. Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999
- [4] Faure R., Boss J. P., Le Garf A.: *Badania operacyjne*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1982
- [5] Fleszar K.: *Zastosowanie analizy wielokryterialnej do wspomagania decyzji strategicznych*. Praca magisterska. Warszawa, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, 2001
- [6] Jan Paweł II: *Encyklika: Centesimus Annus*. Kraków, Znak, 2000
- [7] Jarugowa A., Sobańska I., Sochacka R.: *Metody kalkulacji – koszty, ceny, decyzje*. Warszawa, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, 1991
- [8] Laskowski S.: *Koncepcja operatora najbardziej obiecującego*. Raport nr 02-13. Warszawa, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, 2002
- [9] Laskowski S.: *Modelowanie popytu na usługi telekomunikacyjne*. Telekomunikacja i Techniki Informacyjne, 2003, nr 1–2, s. 38–48
- [10] Neuhaus R. J.: *Biznes i ewangelia*. Poznań, W Drodze, 1994
- [11] Ogryczak W.: *Wspomaganie decyzji w warunkach ryzyka*. Skrypt wykładu. Warszawa, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, 2002
- [12] Piątek S.: *Prawo telekomunikacyjne Wspólnoty Europejskiej*. Warszawa, Wydawnictwo C.H. Beck, 2003

<sup>①</sup> Do zrozumienia problemu wielokryterialnego nie wystarcza analiza wielu problemów jednokryterialnych. Konieczne jest również spojrzenie na zależności między kryteriami, które są odbiciem modelu preferencji decydenta.

- [13] Roy B.: *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*. Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 1990
- [14] Schmidt F., González López F.: *An analytical cost model for the national core network. Consultative document prepared by wik for the regulatory authority for telecommunications and posts*. Wissenschaftliches Institut für Kommunikationsdienste GmbH, 1999
- [15] Siudak M.: *Badania operacyjne*. Warszawa, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 1998
- [16] Stachurski A., Wierzbicki A. P.: *Podstawy optymalizacji*. Warszawa, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 1999
- [17] Straffin P. D.: *Teoria gier*. Warszawa, Wydawnictwo Naukowe Scholar, 2001
- [18] Toczyłowski E.: *Optymalizacja w badaniach operacyjnych*. Skrypt wykładu. Warszawa, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, 1996
- [19] Turyna J., Pułaska-Turyna B.: *Rachunek kosztów i wyników*. Warszawa, Finans Servis, 1996
- [20] Wierzbicki A. P.: *Optymalizacja i wspomaganie decyzji*. Skrypt wykładu. Warszawa, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, 2000
- [21] *An Analytical Cost Model for the Local Network*. Consultative Document prepared by WIK for the Regulatory Authority for Telecommunications and Posts, Wissenschaftliches Institut für Kommunikationsdienste GmbH, 1998
- [22] Worobiew N. N., Kofler E., Greniewski H.: *Strategia gier*. Warszawa, Książka i Wiedza, 1969

## Sylwester Laskowski



Mgr inż. Sylwester Laskowski (1973) – absolwent Wydziału Elektroniki i Technik Informacyjnych Politechniki Warszawskiej (1999); absolwent Wydziału Instrumentalnego Warszawskiej Akademii Muzycznej (2003); doktorant w Instytucie Automatyki i Informatyki Stosowanej PW; pracownik Instytutu Łączności w Warszawie (od 2004); zainteresowania naukowe: techniki informacyjne, wspomaganie decyzji, analiza wielokryterialna, sztuka i techniki negocjacji, teoria gier, rynek telekomunikacyjny i współpraca międzyoperatorska.  
e-mail: S.Laskowski@itl.waw.pl