

Przeanalizowano zagadnienie modelowania popytu na usługi telekomunikacyjne. Rozpatrzono liczne czynniki determinujące zmienność popytu, w tym: cenę usługi, ceny usług komplementarnych i substytucyjnych, dochód abonentów, ich profil, czas (porę dnia) świadczenia usługi, dzień tygodnia i liczbę abonentów. Zaproponowano analityczną postać modelu, opisującego wpływ tych czynników na wielkość generowanego ruchu, rozptyw ruchu w sieci i liczbę abonentów.

popyt, usługi telekomunikacyjne, modelowanie popytu, rozptyw ruchu telekomunikacyjnego

Wprowadzenie

Od wielu lat rynek telekomunikacyjny podlega silnym przekształceniom. Oprócz tradycyjnych przemian, wynikających z postępu technicznego, obserwuje się radykalne zmiany prawne, prowadzące do nowej formy rynku, bardziej liberalnego i bardziej konkurencyjnego. Operatorzy łączą swe sieci, a ten przywilej i jednocześnie obowiązek powoduje liczne, często nowe oraz trudne do rozwiązania problemy.

Jednym z istotnych zagadnień połączeń międzyoperatorskich jest kwestia wysokości stawek rozliczeniowych. Rozważa się konieczność ustalania tych stawek na podstawie kosztów, wskazując konkretne metody kalkulacji tych kosztów, tak aby stymulować rozwój rynku, zgodny z przyjętą polityką. Jednak i tak ostateczną wysokość tych stawek ustala się podczas negocjacji. Jedną z zasad tej niewątpliwie trudnej sztuki sugeruje, aby poszukiwać możliwie wielkiej liczby rozwiązań danego problemu, w dodatku takich, które zaspokajałyby potrzeby każdej z negocjujących stron [4]. Pomocne mogą być wtedy metody wielokryterialnego wspomaganie decyzji [11], opierające się często na analitycznych modelach, opisujących rozpatrywane zjawisko. W niniejszym artykule przedstawiono propozycję takiego modelu, uwzględniającego wiele istotnych czynników, wpływających na zachowanie się abonentów sieci telekomunikacyjnych.

Model popytu

W dyskusji na temat popytu na usługi telekomunikacyjne pojawiają się ważne pytania o wpływ czynników determinujących popyt na:

- wielkość ruchu generowanego czy liczbę generowanych połączeń przez poszczególnych abonentów,
- liczbę abonentów danego operatora,
- rozptyw ruchu w sieci.

Odpowiedzi na te pytania może przynieść analiza trzech modeli składowych, które w tym artykule będą nazywane odpowiednio:

- modelem funkcji popytu,
- modelem liczby abonentów,
- modelem rozptywu ruchu.

Warto zatem obszerniej zaprezentować analityczne postaci tych modeli.

Model funkcji popytu

Wielkość ruchu^① D_{Aiputn} generowanego przez abonenta o profilu p na usługę u , świadczoną przez operatora A w jego i -tej strefie w okresie czasowym doby t i dniu tygodnia n można wyrazić prostą zależnością:

$$D_{Aiputn} = C_{Aiputn} \cdot T_{Aiputn}, \quad (1)$$

gdzie: D_{Aiputn} – całkowity ruch generowany przez jednego abonenta,
 C_{Aiputn} – liczba nawiązanych połączeń,
 T_{Aiputn} – średnia wielkość ruchu przypadająca na jedno połączenie.

Wielkości C i T będą nazywane dalej odpowiednio popytem, którego podstawą jest liczba nawiązanych połączeń C (lub krócej popytem C) i popytem, którego podstawą jest średnia liczba impulsów przypadających na połączenie T (krócej popytem T).

Popyt, którego podstawą jest liczba nawiązanych połączeń C , wyraża zależność:

$$C_{Aiputn} = \hat{C}_{Aiputn} \cdot G_{ip}^C \cdot \Gamma_{Aiputn}^C \cdot H_{Aiputn}^C \cdot \Theta_{Aiputn}^C. \quad (2)$$

Natomiast popyt, którego podstawą jest średnia liczba impulsów przypadających na połączenie T , określa wzór:

$$T_{Aiputn} = \hat{T}_{Aiputn} \cdot G_{ip}^T \cdot \Gamma_{Aiputn}^T \cdot H_{Aiputn}^T \cdot \Theta_{Aiputn}^T, \quad (3)$$

gdzie: \hat{C} – liczba nawiązanych połączeń w sytuacji, gdyby istniał tylko jeden operator i świadczył tylko jedną usługę;
 \hat{T} – średnia liczba impulsów przypadających na jedno połączenie w sytuacji, gdyby istniał tylko jeden operator i świadczył tylko jedną usługę;
 G – funkcja obciążenia linii, związana z gęstością telefoniczną γ ;
 Γ – funkcja substytucji między usługami;
 H – funkcja substytucji między okresami czasowymi;
 Θ – funkcja substytucji między dniami tygodnia.

^① Przyjmuje się tu, że ruch jest wyrażany w tzw. impulsach taryfikacyjnych. Innymi słowy, nie wprowadza się rozróżnienia na usługi, których wielkość świadczenia jest mierzona w jednostkach czasu zajętości zasobów sieciowych, czy też liczbą przestanych bajtów informacji.

W dalszej części artykułu zostaną przedstawione postaci analityczne wcześniej wymienionych funkcji.

W ekonomii, aby określić zmiany popytu D (*demand*) na daną usługę (dobro, towar) w zależności od zmiany ceny P (*price*), wprowadza się pojęcie elastyczności cenowej popytu ε (elastyczność popytu względem ceny). Wielkość tę definiuje się następującym równaniem różniczkowym:

$$\frac{\frac{dD}{D}}{\frac{dP}{P}} = -\varepsilon. \quad (4)$$

Elastyczność ε nie jest wartością stałą w całym przedziale zmienności ceny. Jest raczej funkcją ceny. Aby z równania (4) wyprowadzić zależność na popyt, jest niezbędna znajomość postaci funkcji elastyczności^①.

Można przyjąć następującą postać funkcji elastyczności cenowej popytu:

$$\varepsilon = \frac{a \cdot P}{e^{b(P_{max}-P)} - 1}, \quad (5)$$

przy czym: P_{max} – cena, przy której popyt D spada do zera;
 a, b – parametry.

Powołując się na wprowadzone rozróżnienie na popyt C i T , a także zakładając, że funkcja elastyczności cenowej przyjmuje postać (5), liczbę nawiązanych połączeń – w przypadku gdy istnieje tylko jeden operator i świadczy tylko jedną usługę \hat{C}_{Aiputn} – oraz średnią liczbę impulsów przypadających na połączenie w tym samym przypadku \hat{T}_{Aiputn} będą wyrażały następujące zależności^②:

$$\hat{C}_{Aiputn} = \bar{C}_{Aiputn} \cdot e^{b(P_{Aiputn} - \bar{P}_{Aiputn})} \cdot \left(\frac{e^{b(P_{Aiputn \max} - P_{Aiputn})} - 1}{e^{b(P_{Aiputn \max} - \bar{P}_{Aiputn})} - 1} \right)^{\frac{a}{b}}, \quad (6)$$

$$\hat{T}_{Aiputn} = \bar{T}_{Aiputn} \cdot e^{n(P_{Aiputn} - \bar{P}_{Aiputn})} \cdot \left(\frac{e^{n(P_{Aiputn \max} - P_{Aiputn})} - 1}{e^{n(P_{Aiputn \max} - \bar{P}_{Aiputn})} - 1} \right)^{\frac{m}{n}}. \quad (7)$$

Cena P_{Aiputn} wyraża tu i w dalszej części artykułu tzw. cenę względną, czyli stosunek ceny realnej za usługę u , do średniego dochodu, przypadającego na abonenta o profilu p . Dzięki temu w modelu automatycznie zostaje uwzględniony wpływ dochodu abonentów na popyt. Ponadto zakłada się tu, iż realna cena za usługę zawiera w sobie również – co jest usprawiedliwione w przypadku usług telekomunikacyjnych – koszty ponoszone na usługi komplementarne względem usługi u (elektryczność, amortyzacja sprzętu, koszt oprogramowania, itp.). Można przyjąć tu, iż ceny usług komplementarnych albo właśnie w ten sposób są ukryte w cenach za daną usługę, albo też (jak np. w przypadku ceny terminalu, abonamentu, czy cen za usługi aktywacji) wpływają nie na wielkość ruchu generowanego (funkcję popytu), lecz na liczbę abonentów.

^① Szczegółowe rozważania nad postacią tej funkcji wykraczają poza ramy tego artykułu. Zainteresowanym tym tematem można polecić opracowanie [9].

^② Równania (6) i (7) otrzymuje się jako rozwiązanie równania (4) przy założeniu, iż elastyczność cenowa ε jest postaci (5). Oczywiście w miejsce D zostały tam podstawione odpowiednio C_{Aiputn} i T_{Aiputn} .

Maksymalne ceny $P_{Aip_{\text{un}} \text{max}}$, w obu zależnościach (6) i (7), przyjmują jednakową wartość (maksymalna cena akceptowalna przez abonentów jest taka sama bez względu na to, czy rozpatruje się liczbę nawiązywanych połączeń, czy średni czas ich trwania; innymi słowy, cena przy której liczba nawiązanych połączeń spada do zera, równa się cenie, przy której średni czas trwania połączenia wynosi zero).

Można zająć się teraz sformułowaniem postaci funkcji obciążenia linii G .

Gęstość telefoniczną γ obrazuje zależność (8), gdzie U_{ip} wskazuje liczbę abonentów o profilu p w strefie i -tej, a M_{ip} liczbę mieszkańców w i -tej strefie, takich, którzy potencjalnie mogą stać się abonentami o profilu p :

$$\gamma_{ip} = \frac{U_{ip}}{M_{ip}}. \quad (8)$$

Im większa jest gęstość telefoniczna w danej strefie (im mniej mieszkańców przypada na jedną linię), tym mniejszy jest ruch generowany przez jednego abonenta (na jednej linii). Można wnioskować stąd, iż funkcja obciążenia linii G powinna być malejącą funkcją gęstości telefonicznej γ . Przykładowe postaci funkcji G przedstawiono w równaniach (9), (10). Dla uproszczenia zapisu zostały pominięte indeksy ip przy współczynnikach gęstości telefonicznej γ oraz oznaczenie C lub T przy funkcji G :

$$G = \frac{1}{\gamma^a}, \quad (9)$$

$$G = \frac{e^a - 1}{e^{b\gamma} - 1}. \quad (10)$$

Zanim zdefiniuje się funkcje substytucji Γ , H i Θ , należy wprowadzić **pojęcie współczynnika substytucji s_{ij}** , czyli współczynnika określającego, w jakiej mierze wielkość i -ta jest w stanie zastąpić wielkość j -tą.

Wielkości i oraz j w szczególnym przypadku oznaczają:

- usługę,
- czas (porę dnia),
- dzień tygodnia,
- operatora (podczas rozpatrywania modelu liczby abonentów).

Rozróżnienie to wprowadza się dla odzwierciedlenia rozpatrywanych tu czterech rodzajów substytucji – między usługami (Γ), między okresami czasowymi (H), między dniami tygodnia (Θ) i między operatorami (Ω) – określonych w dalszej części artykułu jako:

- współczynnik Γ -substytucji,
- współczynnik H -substytucji,
- współczynnik Θ -substytucji.
- współczynnik Ω -substytucji.

Współczynnik substytucji będzie przyjmował wartości od 0 do 1. Jeśli $s_{ij} = 1$, to oznacza to, iż wielkość i -ta jest idealnie substytucyjna względem j -tej, jeśli $s_{ij} = 0$, to oznacza to, iż wielkość i -ta nie jest w stanie w jakiegokolwiek mierze zastąpić wielkość j -tą. Oczywiście dla $i = j$, $s_{ij} = 1$. Można też przyjąć, że $s_{ij} = \frac{1}{s_{ji}}$.

Należy wprowadzić ponadto pewne funkcje zależne od ceny danej usługi i zdefiniowanego już współczynnika substytucji. Funkcje te będą nazywane tu **funkcjami względnej wartości usługi f** . Będą one przyjmowały wartość tym większą, im niższa będzie cena za daną usługę oraz im większa będzie, z punktu widzenia abonenta, użyteczność danej usługi. Ponieważ funkcja ta będzie służyła do zdefiniowania funkcji substytucji Γ , H i Θ , a dalej Ω , przyjmie się, że użyteczność usługi będzie wartością względną (względ na inne usługi) i do jej wyrażenia można posłużyć się wcześniej wprowadzonymi współczynnikami substytucji. Będzie mówić się zatem o:

- funkcji Γ -względnej wartości usługi,
- funkcji H -względnej wartości usługi,
- funkcji Θ -względnej wartości usługi.
- funkcji Ω -względnej wartości usługi.

Przykładowe postaci funkcji względnej wartości usługi zilustrowano zależnościami (11), (12), (13); dla uproszczenia pominięto indeksowanie:

$$f = \frac{s}{pa}, \quad (11)$$

$$f = \frac{s}{e^{aP} - 1}, \quad (12)$$

$$f = s \cdot \log_a \left(\frac{P}{P_{max}} \right). \quad (13)$$

Teraz warto zatrzymać na moment bezpośredni wywód, prowadzący do zdefiniowania funkcji substytucji. Funkcje te, jak się okaże, będą definiowane różnie, w zależności od tzw. „sposobu bycia abonentem” i temu zagadnieniu należy przyrzeć się w pierwszej kolejności.

Podobnie jak w przypadku usług [7], abonentów sieci telekomunikacyjnej można klasyfikować w różnorodny sposób. Dość powszechnie wyróżnia się abonentów:

- biznesowych – domowych,
- miejskich – wiejskich,
- hurtowych – detalicznych.

Oczywiście podziały tego typu mogą być bardziej zróżnicowane. I tak przykładowo można podzielić abonentów biznesowych na mniejsze podgrupy, np. abonentów prowadzących małą, średnią, dużą, czy wreszcie bardzo dużą firmę. Dowolna kombinacja tego typu podziałów (np. średniobiznesowy – miejski – detaliczny) składa się na swoisty profil abonenta, który można oznaczyć jako p .

Taki podział abonentów na profile wynikał wprost i jedynie z samej „natury” abonenta. Ze względu na proces modelowania popytu można wyróżnić jeszcze jeden istotny podział, tym razem wynikający z „natury” operatora, a ściślej rzecz biorąc, z zasady, na której abonent korzysta z jego usług. Warto zauważyć, iż nie „w ten sam sposób” jest się abonentem, np. sieci lokalnej i sieci międzystrefowej. W przypadku pierwszym, z reguły, abonent jest – w ramach danego przedziału czasowego, określonego umową zawartą z operatorem – na stałe z tym operatorem związany^①. W przypadku drugim abonent nie jest związany z operatorem. Może korzystać zarówno z jego usług, jak i usług operatorów konkurencyjnych. Takiego wyboru może dokonywać każdorazowo, przy każdym nowo realizowanym połączeniu. Tu abonent „należy” tak samo do wszystkich, jak i do nikogo.

Powyższe rozważania uzasadniają wprowadzenie kolejnych następujących definicji.

- Abonentem operatora jest podmiot związany z danym operatorem okresową umową.
- Abonentem usługi jest podmiot, mający w danym czasie względnie równorzędny dostęp do podobnych usług co najmniej dwóch operatorów.

Przykładem abonentów operatora są abonenci sieci GSM lub też abonenci sieci lokalnych bez możliwości korzystania z usług typu *carrier selection*, natomiast przykładem abonentów usługi – abonenci operatorów międzystrefowych lub też strefowych (lokalnych) z usługą *carrier selection*.

Teraz należy wrócić do rozważań dotyczących sformułowania funkcji substytucji.

Abonenci operatora. Korzystając z wprowadzonych uprzednio współczynników substytucji oraz funkcji względnej wartości usługi, odpowiednie funkcje substytucji dla abonentów operatora można wyrazić następująco:

$$\Gamma_{Aiputn} = \frac{f_{ptn}^{\Gamma}(P_{Aiputn}, s_{uu}^{\Gamma})}{\sum_{g \in \text{usługi}} f_{ptn}^{\Gamma}(P_{Aipgtn}, s_{gu}^{\Gamma})}, \quad (14)$$

$$H_{Aiputn} = \frac{f_{pun}^H(P_{Aiputn}, s_{tt}^H)}{\sum_{k \in \text{okresy}} f_{pun}^H(P_{Aipukn}, s_{kt}^H)}, \quad (15)$$

$$\Theta_{Aiputn} = \frac{f_{put}^{\Theta}(P_{Aiputn}, s_{nn}^{\Theta})}{\sum_{d \in \text{dni}} f_{put}^{\Theta}(P_{Aiputd}, s_{dn}^{\Theta})}. \quad (16)$$

Abonenci usługi. Dla abonentów usługi modyfikacja funkcji substytucji będzie się sprowadzała do dołożenia w mianowniku tych funkcji dodatkowego sumowania po wszystkich operatorach. Tak zmodyfikowane funkcje substytucji przedstawiają zależności:

$$\Gamma_{Aiputn} = \frac{f_{ptn}^{\Gamma}(P_{Aiputn}, s_{uu}^{\Gamma})}{\sum_{g \in \text{usługi}} \sum_{O \in \text{operatorzy}} f_{ptn}^{\Gamma}(P_{Oipgtn}, s_{gu}^{\Gamma})}, \quad (17)$$

^① Jest to stwierdzenie prawdziwe przy założeniu, że nie są świadczone usługi typu *carrier selection*.

$$H_{Aiputn} = \frac{f_{pun}^H(P_{Aiputn}, s_{tt}^H)}{\sum_{k \in \text{okresy}} \sum_{O \in \text{operatorzy}} f_{pun}^H(P_{Oipukn}, s_{kt}^H)}, \quad (18)$$

$$\Theta_{Aiputn} = \frac{f_{put}^\Theta(P_{Aiputn}, s_{nn}^\Theta)}{\sum_{d \in \text{dni}} \sum_{O \in \text{operatorzy}} f_{put}^\Theta(P_{Oipud}, s_{dn}^\Theta)}. \quad (19)$$

Model liczby abonentów

Model liczby abonentów można zbudować dla dwóch rodzajów abonentów: abonentów operatora i abonentów usługi.

Abonenci operatora. Analogicznie jak w przypadku funkcji popytu, należy wprowadzić pojęcie elastyczności cenowej popytu, którego podstawą jest liczba abonentów ε_U . Wielkość tę zdefiniuje się równaniem:

$$\frac{\frac{dU}{U}}{\frac{d\mathfrak{R}}{\mathfrak{R}}} = -\varepsilon_U. \quad (20)$$

Wielkość ta wyraża względną zmianę liczby abonentów U operatora na zmianę ceny \mathfrak{R} . Cena \mathfrak{R} jest to, zaagregowana po wszystkich usługach świadczonych przez operatora, względna cena^①. W podejściu tym zakłada się, iż abonenci podejmują decyzję dotyczącą tego, czy być abonentem danego operatora na podstawie całościowej jego wizji, a w szczególności rodzaju świadczonych przez niego usług i związanych z nimi cen, stąd cena zaagregowana w zależności (20).

Prostą metodą wyznaczenia ceny zaagregowanej jest ważona po wszystkich usługach suma poszczególnych cen, przy czym współczynniki wagi a_k odpowiadałyby tu względnej wielkości zapotrzebowania danego abonenta na usługę k . Jednakże wnikliwe spojrzenie na właściwości takiej agregacji wykazują jej, w tym przypadku, niewystarczalność. Trzeba zatem rozważyć następującą sytuację.

Operator świadczy usługę k po cenie P_k i dodatkowo pobiera opłatę abonamentową w wysokości P_a . Oczywiście przy stałej sumie cen P_k i P_a , sytuacje, gdy jedna z nich jest bliska zeru, są dla abonenta szczególnie atrakcyjne. Przykładowo, przy $P_a = 0$, praktycznie każdy byłby skłonny dołączyć się do sieci i korzystać z usług odbierania połączeń, bez względu na to jak wysoka byłaby cena P_k . Gdy zaś cena usługi $P_k = 0$, byłoby to równoznaczne z dzierżawą linii, co z kolei zachęcałoby do zwiększenia generowanego ruchu, za który już nie trzeba płacić. Tak więc ta sytuacja wydaje się również atrakcyjniejsza dla abonenta, aniżeli zrównoważony poziom cen ($P_k = P_a$). Poniższe równanie jest jedną z możliwych postaci agregacji, uwzględniającej tego typu preferencje abonentów:

$$\mathfrak{R}_{Aip} = \sum_{g \in \text{uslugi}} \sum_{k \in \text{okresy}} \sum_{d \in \text{dni}} a_{gkd} \cdot P_{Aipgkd} + \varepsilon \cdot \prod_{g \in \text{uslugi}} \prod_{k \in \text{okresy}} \prod_{d \in \text{dni}} a_{gkd} \cdot P_{Aipgkd}. \quad (21)$$

^① Warto przypomnieć, że cena względna została określona jako iloraz ceny realnej i średniego dochodu abonentów o danym profilu.

Część iloczynowa w równaniu (21) gwarantuje, że zaagregowana cena \mathfrak{R} będzie największa wówczas, gdy ważone ceny poszczególnych usług – przy stałej ich sumie – będą sobie równe.

Po wprowadzeniu funkcji zaagregowanej ceny \mathfrak{R} i założeniu, że elastyczność cenowa popytu, którego podstawą jest liczba abonentów ϵ_U , będzie wyrażać się zależnością analogiczną do (5), liczbę abonentów o profilu p w i -tej strefie operatora A można wyrazić zależnością:

$$\hat{U}_{Aip} = \bar{U}_{Aip} \cdot e^{b(\mathfrak{R}_{Aip} - \bar{\mathfrak{R}}_{Aip})} \cdot \left(\frac{e^{b(\mathfrak{R}_{Aip \max} - \mathfrak{R}_{Aip})} - 1}{e^{n(\mathfrak{R}_{Aip \max} - \bar{\mathfrak{R}}_{Aip})} - 1} \right)^{\frac{a}{b}}. \quad (22)$$

Zależność (22) nie uwzględnia jeszcze faktu, że na rynku jest wielu operatorów, a zatem istnieje między nimi konkurencja i świadczone przez nich usługi są względem siebie substytucyjne. Tę zależność bierze się pod uwagę wprowadzając tzw. **funkcję substytucji między operatorami Ω** . Funkcja ta będzie przyjmowała wartość tym większą, im korzystniejszą ofertę dla abonenta będzie przedstawiał dany operator. Do zdefiniowania tej funkcji można wykorzystać wprowadzoną wcześniej funkcję względnej wartości usługi f , którą tu będzie nazywać się **funkcją względnej wartości operatora** lub też **funkcją Ω -względnej wartości operatora**. Analityczną postać funkcji substytucji między operatorami, wykorzystującą funkcję Ω -względnej wartości operatora, wyraża zależność:

$$\Omega_{Aip} = \frac{f_p^\Omega(\mathfrak{R}_{Aip}, s_{AA}^\Omega)}{\sum_{O \in \text{operatorzy}} f_p^\Omega(\mathfrak{R}_{Aip}, s_{OA}^\Omega)}. \quad (23)$$

Korzystając ze zdefiniowanej funkcji Ω -względnej wartości operatora (23), model liczby abonentów określa się równaniem:

$$U_{Aip} = \hat{U}_{Aip} \cdot \Omega_{Aip}, \quad (24)$$

przy czym \hat{U}_{Aip} wyraża się zależnością (22).

Całkowitą liczbę abonentów operatora A oblicza się, sumując po wszystkich strefach i profilach wielkość U_{Aip} :

$$U_A = \sum_{i,p} U_{Aip}. \quad (25)$$

Abonenci usługi. W przypadku abonentów, którzy mogą korzystać jednocześnie z usług świadczonych przez różnych operatorów, występuje zarówno **substytucja wewnętrzna** (między poszczególnymi usługami, świadczonymi przez danego operatora), jak i **zewnętrzna** (między usługami świadczonymi przez różnych operatorów). Tu abonenci nie wybierają danego operatora na trwałe, ale dla każdej usługi niezależnie^①. Model takiej sytuacji można stworzyć w następujący sposób.

Możliwość korzystania z usług świadczonych przez każdego operatora można uwzględnić przez założenie, iż abonenci należą do wszystkich operatorów jednocześnie (sytuacja analogiczna do tej,

^① W szczególnym przypadku dla każdorazowo nawiązanego połączenia.

gdy operatorzy łączą się, stając się jednym wielkim monopolistą). Tak więc w takiej sytuacji, dla każdego z operatorów, model liczby abonentów będzie identyczny jak dla przypadku, gdyby istniał tylko jeden operator – przypadek monopolu^①. Model liczby abonentów typu abonenci usługi będzie się wyrażał wówczas zależnością (22), przy czym za poszczególne składowe ceny zaagregowanej \mathfrak{R} , odpowiadające poszczególnym usługom, należałoby podstawiać ceny najniższe spośród ustalonych przez poszczególnych operatorów.

Model rozptywu ruchu

Model rozptywu ruchu będzie reprezentowany przez współczynnik \mathfrak{K}_{AiBj} informujący, jaka część ruchu generowanego w i -tej strefie operatora A będzie kierowana do j -tej strefy operatora B . Można przyjąć, iż tym większy ruch będzie kierowany do danej strefy, im więcej będzie tam abonentów U . Liczba abonentów będzie ważona odpowiednimi współczynnikami wagi w_p , zależnymi od profilu tych abonentów. Ponadto należy uzzględnić wpływ gęstości telefonicznej γ . Im będzie ona większa, czyli im mniej mieszkańców będzie przypadało na jedną linię (na jednego abonenta), tym mniej ruchu będzie kierowane na jedną linię w strefie docelowej. Fakt ten można uwzględnić, wykorzystując wprowadzoną wcześniej funkcję obciążenia linii G (9), (10).

Tak więc część całkowitego ruchu generowanego w strefie i -tej operatora A , kierowaną do j -tej strefy operatora B , nazywa się tu modelem rozptywu ruchu \mathfrak{K}_{AiBj} i określa zależnością:

$$\mathfrak{K}_{AiBj} = \frac{\sum_{p \in \text{profile}} G_{Bjp} \cdot w_p \cdot U_p^{Bj}}{\sum_{o \in \text{operatorzy}} \sum_{s \in \text{strefy}} \sum_{p \in \text{profile}} G_{ojp} \cdot w_p \cdot U_p^{os}} \quad (26)$$

Funkcja obciążenia linii G_{Bjp} będzie wyrażona przez iloczyn funkcji C -obciążenia linii (obciążenia liczbą nawiązanych połączeń) i funkcji T -obciążenia linii (obciążenia czasem trwania połączeń):

$$G_{Bjp} = G_{Bjp}^C \cdot G_{Bjp}^T \quad (27)$$

Wpływ odległości między strefami na wielkość ruchu kierowanego w danej relacji została uwzględniona przez rozróżnienie usług z punktu widzenia odległości ich świadczenia (połączenia lokalne, międzystrefowe z pojedynczym i podwójnym przejściem, międzynarodowe), stąd też dla ruchu lokalnego, gdy indeksy i, j oraz A i B są tożsame, współczynnik \mathfrak{K}_{AiBj} ^② równy jest jedności. Dla ruchu międzystrefowego z pojedynczym przejściem sumowanie w mianowniku zależności (26) będzie się odbywać tylko po operatorach i strefach bezpośrednio sąsiadujących ze strefą i operatora A . Natomiast dla ruchu międzystrefowego z podwójnym przejściem sumowanie nastąpi po operatorach i strefach w ramach kraju, nie sąsiadujących bezpośrednio ze strefą i operatora A .

^① Zasadność takiego podejścia w pierwszej chwili może wydawać się niezrozumiała. Tu zakłada się, iż substytucja zewnętrzna wpływa bezpośrednio nie na liczbę abonentów, lecz na wielkość ruchu przez nich generowanego. Jest to podejście bliższe rzeczywistości. Jesteśmy – potencjalnie – abonentami każdego z operatorów międzystrefowych. Atrakcyjność ich oferty nie ma wpływu na ten fakt. Ma natomiast wpływ na to, czy i w jakim stopniu będzie korzystać się z ich usług, czyli na wielkość ruchu generowanego.

^② Precyzyjniej \mathfrak{K}_{AiAi} .

Szczególnym przypadkiem jest ruch międzynarodowy. Tu zależność (26) wydaje się nieco sztuczna, acz nie pozbawiona sensownych analogii. Nieco bardziej precyzyjnie można by to wyrazić, zmieniając indeksowanie na następujące:

$$\mathbf{x}_{AiC} = \frac{\sum_{p \in \text{profile}} G_{Cp} \cdot w_p \cdot U_p^C}{\sum_{k \in \text{kraje}} \sum_{p \in \text{profile}} G_{kp} \cdot w_p \cdot U_p^k} \quad (28)$$

Tu sumowanie po krajach powinno dotyczyć tych krajów, z którymi operator A ma podpisaną umowę. Natomiast U_p^C , rozumiane dotychczas jako liczba abonentów w strefie docelowej, powinno odzwierciedlać zsumowaną liczbę abonentów w kraju C oraz w krajach, do których połączenie jest realizowane przez kraj C . W tym miejscu niemalże samoistnie nasuwa się skojarzenie i analogia do ruchu międzystrefowego, przez wprowadzenie pojęć **ruchu międzynarodowego z pojedynczym i podwójnym przejściem**. Użyteczność tego typu rozróżnień może przydać się w pracy nad modelem.

Uwagi końcowe

O trafności przyjętych założeń, słuszności wprowadzonych zależności, czy wreszcie rzetelności analizy tematu może jedynie zawyrokować solidna konfrontacja z rzeczywistością. Stosowne dane historyczne o zachowaniu się abonentów, o zmianach czynników determinujących popyt oraz o strukturze rynku telekomunikacyjnego umożliwiłyby przeprowadzenie takiej konfrontacji. Niestety dziś Autor niniejszego artykułu nie ma takich danych. Na weryfikację prezentowanego tu modelu przyjdzie zatem jeszcze poczekać.

Bibliografia

- [1] Abragimowicz N.: *Modele symulacyjne i optymalizacyjne wspomagające ustalanie taryf telekomunikacyjnych w połączeniach międzyoperatorskich*. Praca magisterska, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, Warszawa, 1999
- [2] Begg D., Fischer S., Dornbusch R.: *Mikroekonomia*. Warszawa, PWE, 1999
- [3] Dietl J., Gasparski W. i inni: *Etyka biznesu*. Warszawa, PWN, 1999
- [4] Fisher R., Ury W., Patton B.: *Dochodząc do TAK – negocjowanie bez poddawania się*. Warszawa, PWE, 2000
- [5] Gaczyńska J.: *Powszechna usługa telekomunikacyjna w warunkach liberalizacji rynku telekomunikacyjnego Unii Europejskiej po 1 stycznia 1998 roku*. W: Materiały z Krajowego Sympozjum Telekomunikacji KST'98, Bydgoszcz, 1998, t. D, s. 105–113
- [6] Gaczyńska J.: *Zmiany zasad i zakresu regulacji rynku telekomunikacyjnego Unii Europejskiej w okresie jego transformacji*. W: Materiały z Krajowego Sympozjum Telekomunikacji KST'99, Bydgoszcz, 1999, t. A, s. 259–264
- [7] Jajszczyk A., Wachowski M.: *Klasyfikacja nowoczesnych usług telekomunikacyjnych*. W: Materiały z Krajowego Sympozjum Telekomunikacji KST'97, Bydgoszcz, 1997, t. D, s. 83–90
- [8] Kamiński F.: *Spółeczne przesłanki polityki telekomunikacyjnej Unii Europejskiej*. W: Materiały z Krajowego Sympozjum Telekomunikacji KST'99, Bydgoszcz, 1999, t. A, s. 183–192

- [9] Laskowski S.: *O modelowaniu popytu na usługi telekomunikacyjne*. Raport nr: 02-11, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, Warszawa, 2002
- [10] Ukłańska B.: *Konkurencja w sieciach dostępowych w krajach Unii Europejskiej*. W: Materiały z Krajowego Sympozjum Telekomunikacji KST'2000, Bydgoszcz, 2000, t. B, s. 68–75
- [11] Wierzbicki A.P., Makowski M.: *Multi-Objective Optimization in Negotiation Support*. International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Austria, 1992

Sylwester Laskowski



Mgr inż. Sylwester Laskowski (1973) – absolwent Wydziału Elektroniki i Technik Informacyjnych Politechniki Warszawskiej (1999); doktorant w Instytucie Automatyki i Informatyki Stosowanej na Politechnice Warszawskiej (od 1999); student 5. roku Warszawskiej Akademii Muzycznej im. Fryderyka Chopina (Wydział Instrumentalny, klasa gitary klasycznej); zainteresowania naukowe: projektowanie bezprzewodowych sieci ATM, wspomaganie decyzji i negocjacji w ramach konkurencyjnego rynku telekomunikacyjnego.
e-mail: S.Laskowski@ia.pw.edu.pl